

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ  
УНИВЕРСИТЕТ"

На правах рукописи

**Мирный Анатолий Юрьевич**

**МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА НЕОДНОРОДНЫХ  
ГРУНТОВ КАК ОСНОВАНИЙ И МАТЕРИАЛА ЗЕМЛЯНЫХ  
СООРУЖЕНИЙ**

05.23.02 – Основания и фундаменты, подземные сооружения

Диссертация

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель

Заслуженный деятель науки РФ,

профессор, доктор технических наук

**З. Г. Тер-Мартirosян**

Москва – 2013

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ОГЛАВЛЕНИЕ .....	2
ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ.....	6
ОСНОВНЫЕ СОКРАЩЕНИЯ.....	7
ВВЕДЕНИЕ .....	8
ГЛАВА 1 АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТОВ.....	17
1.1. Современное представление о неоднородном грунте как о совокупности компонентов с различными свойствами .....	17
1.2. Методы определения эквивалентных механических характеристик неоднородных грунтов .....	40
1.3. Применение неоднородных грунтов в качестве оснований и материалов для грунтовых сооружений .....	47
1.4. Выводы по главе.....	50
ГЛАВА 2. АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОСНОВАНИЙ, СЛОЖЕННЫХ НЕОДНОРОДНЫМИ ГРУНТАМИ.....	53
2.1. Общие положения .....	53
2.2. Аналитические решения задач о напряженно-деформированном состоянии в неоднородном грунте .....	54
2.2.1 Количественная оценка эквивалентных характеристик неоднородных грунтов.....	55
2.2.2 Количественная оценка концентрации напряжений вокруг крупных включений или пустот .....	59

2.3. Основные элементы численного моделирования НДС массивов неоднородного грунта.....	70
2.3.1. Особенности применения программного комплекса ANSYS для численного моделирования НДС неоднородных грунтов.....	72
2.4. Выводы по главе.....	82
<b>ГЛАВА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТОВ.....</b>	<b>83</b>
3.1. Состав проведенных экспериментов.....	83
3.2. Описание хода и результатов лабораторных испытаний.....	85
3.2.1. Планирование экспериментальных исследований для определения деформационных характеристик неоднородного грунта.....	86
3.2.2. Факторный анализ результатов компрессионных испытаний .....	89
3.2.3. Анализ зависимости характеристик деформируемости от состава неоднородного грунта.....	97
3.2.4. Статистическая обработка результатов компрессионных испытаний неоднородного грунта.....	100
3.2.5. Анализ результатов трехосных испытаний неоднородного грунта	105
3.2.6. Факторный анализ результатов трехосных испытаний .....	107
3.2.7 Зависимость угла внутреннего трения от гранулометрического состава .....	110
3.3. Испытания в приборе для определения угла естественного откоса...	114
3.3.1. Влияние шероховатости на прочностные свойства образца грунта	114
3.3.2. Вид механического движения частиц при сдвиге .....	117
3.4. Проведение виртуальных экспериментов .....	120
3.4.1. Компрессионные испытания.....	122

3.4.2. Сдвиговые испытания.....	127
3.4.3. Влияние основных факторов формирования модели на вариацию эквивалентных характеристик .....	130
3.4.4. Моделирование задачи о действии штампа на полупространство, сложенное неоднородным грунтом.....	131
3.5. Выводы по главе.....	136
<b>ГЛАВА 4. ПРЕДЛАГАЕМАЯ ГЕОТЕХНИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ГРУНТОВ ПО СТЕПЕНИ НЕОДНОРОДНОСТИ И ОСОБЕННОСТИ ИХ МЕХАНИЧЕСКОЙ РАБОТЫ.....</b>	<b>138</b>
4.1. Особенности взаимодействия частиц в массиве грунта в процессе деформирования .....	138
4.1.1. Песчаные грунты без заполнителя .....	140
4.1.2. Песчаные грунты с глинистым заполнителем .....	140
4.1.3. Пылевато-глинистые грунты с крупными песчаными включениями .....	141
4.1.4. Пылевато-глинистые грунты с крупными пустотами (макропорами) .....	142
4.2. Метод оценки механических характеристик неоднородных грунтов	143
4.2.1 Классификация грунтов по степени неоднородности гранулометрического состава .....	144
4.2.2 Использование МКЭ при определении эквивалентных характеристик .....	151
4.3 Выводы по главе.....	153
<b>ГЛАВА 5. ПРИМЕРЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ РАСЧЕТА НДС И ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ ОСНОВАНИЙ .....</b>	<b>155</b>

5.1. Введение.....	155
5.2.1. Оценка характеристик неоднородных грунтов на примере жилого комплекса в г. Чехов .....	156
5.2.2. Оценка характеристик пылевато-глинистых грунтов на примере материала ядра плотины Рогунской ГЭС .....	158
5.3. Применение метода для проектирования искусственных оснований	166
5.4. Выводы по главе.....	168
ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ ПО ДИССЕРТАЦИИ .....	169
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	171

## ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

$n$	пористость грунта;
$e$	коэффициент пористости грунта;
$\rho$	плотность грунта;
$c$	сцепление;
$\varphi$	угол внутреннего трения грунта;
$\psi$	угол дилатансии;
$S_r$	степень водонасыщения;
$E$	модуль общей деформации;
$\nu$	коэффициент Пуассона;
$p$	интенсивность внешней нагрузки;
$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$	компоненты тотальных напряжений в грунте;
$\tau_{\max}$	максимальное касательное напряжение;
$\tau^*$	предельное сопротивление сдвигу;
$s$	осадка;
$\varepsilon$	общая деформация;
$\varepsilon^e$	упругая деформация;
$\varepsilon^p$	пластическая деформация;

## ОСНОВНЫЕ СОКРАЩЕНИЯ

ИГИ	– инженерно-геологические изыскания;
ИГУ	– инженерно-геологические условия;
ИГЭ	– инженерно-геологический элемент;
КЭ	– конечный элемент;
МКЭ	– метод конечных элементов;
НДС	– напряженно-деформированное состояние;
ПК	– программный комплекс.

## **ВВЕДЕНИЕ**

### **Актуальность темы**

Грунты с существенной неоднородностью гранулометрического состава широко применяются в качестве оснований, как естественных, так и искусственных, а также в качестве материала для грунтовых сооружений (плотин, дамб, насыпей). При проектировании оснований и конструкций из неоднородных грунтов в настоящее время используется математический аппарат механики грунтов как гомогенных сред, что может привести к ошибочным результатам, а порой и к аварийным ситуациям.

Действительно, в современной теоретической механике грунтов при определении напряжений и деформаций в грунтовой среде пользуются представлениями классической механики деформируемого твердого тела, которая разрабатывалась для конструкционных материалов (металл, пластмасса, стекло, бетон, дерево и т.п.).

Согласно этой теории предполагается, что деформируемые тела, испытывающие действие внешних сил, являются однородными и обладают непрерывно распределенными по всему объему тела свойствами, и что самый малый элементарный объем, выделенный из этого тела, обладает теми же физико-механическими свойствами, что и все тело. Отсюда следует, что должен существовать некоторый элементарный представительный объем сплошной среды.

В действительности грунтовая среда является гетерогенной средой, состоящей из многих компонентов (твердых, жидких, газообразных), в которой распределение напряжений и деформаций неоднородное. В связи с этим представительный объем эквивалентной гомогенной среды во многом зависит от минералогического и гранулометрического состава и строения грунтовой среды, от соотношений объемов, занимаемых твердой, жидкой и

газообразной составляющими. В зависимости от их соотношений физико-механические свойства меняются в широких пределах. Тем не менее, представление о грунте как о гомогенной среде позволило решить многие практические задачи прикладной механики грунтов.

Если рассмотреть любое сечение грунтовой среды, то очевидно, что распределение напряжений в нем неоднородное. Осредненное значение напряжений по этому сечению позволяет описать напряженно-деформированное состояние (НДС) в представительном объеме грунта с обобщенными эквивалентными характеристиками деформируемости и прочности грунта в целом.

Очевидно, что для грунтовой дисперсной среды такой объем не может быть представлен в виде минеральной частицы, а только совокупностью минеральных частиц, составляющей пространственную структуру (скелет грунта), способную сопротивляться объемным изменениям и формоизменениям, т.е. обладающую свойствами твердой деформируемой гомогенной сплошной среды. Причем эти свойства в десятки и сотни раз отличаются от свойств самих минеральных частиц.

Чем меньше размеры минеральных частиц и чем однородней гранулометрический состав грунта, тем больше достоверность использования аппарата механики сплошной среды в механике грунтов. Но для неоднородной грунтовой среды необходимо определять эквивалентные характеристики, методика определения которых требует совершенствования. Это связано с необходимостью описания НДС, на формирование которого влияет как качественный состав различных компонентнов грунта, так и их количественное соотношение.

Очевидно также, что под действием нагрузки такие грунты будут деформироваться по-разному в зависимости от коэффициента неоднородности и структуры этих грунтов. При этом вокруг включений и пустот возникают зоны концентрации (или деконцентрации) напряжений,

которые способствуют формированию неоднородного НДС в рассматриваемом объеме грунта. Следовательно, представительный объем такого неоднородного грунта существенно зависит от коэффициента неоднородности (грансостава), количественного соотношения крупных и мелких фракций и т.п., а механические свойства (модуль деформации, коэффициент Пуассона, вязкость, прочность) зависят от неоднородности строения и плотности сложения инженерно-геологического элемента.

С решением таких задач приходится сталкиваться при проектировании искусственных оснований (песчаных подушек), грунтовых сооружений (дамб и насыпей), а так же при определении прочностных и деформационных характеристик грунтов с существенной неравномерностью гранулометрического состава в естественном состоянии.

Попытки определения эквивалентных характеристик грунтов с существенной неоднородностью строения предпринимались многими авторами, однако универсальной методики, позволяющей с высокой достоверностью определять механические характеристики таких грунтов, до сих пор не разработано.

Настоящая работа посвящена разработке аналитических, численных и экспериментальных методов определения физико-механических свойств грунтов с существенной неоднородностью, а также НДС оснований и грунтовых сооружений из неоднородных грунтов.

К неоднородным грунтам могут быть отнесены:

- крупнообломочные и песчаные грунты с неравномерным гранулометрическим составом, в том числе с глинистым заполнителем пор;
- пылевато-глинистые грунты с включениями песчаных и крупнообломочных частиц;
- грунты, содержащие крупные поры, соизмеримые с размерами минеральных частиц (лессы, илы и т.п.).

## **Цель данной диссертационной работы**

Целью настоящей работы является изучение и совершенствование существующих методов определения эквивалентных характеристик механических свойств грунтов с существенной неоднородностью гранулометрического состава, и на их основе количественная оценка НДС оснований фундаментов и грунтовых сооружений из неоднородных грунтов аналитическим и численным методами.

## **Основные задачи исследований**

Для достижения поставленной цели необходимо:

1. Составить обзор и анализ имеющихся исследований механических свойств грунтов неоднородного гранулометрического состава, в том числе с позиции дискретной механики грунтов;

2. Рассмотреть основные и определяющие факторы, влияющие на эквивалентные характеристики неоднородного грунта в целом;

3. Описать особенности состава и строения различных разновидностей песчаных и пылевато-глинистых грунтов неоднородного строения, на основании чего предложить методику определения эквивалентных характеристик деформируемости и прочности;

4. Выполнить математическое моделирование испытаний многоплоскостного среза и компрессионных испытаний образцов грунта с существенной неоднородностью гранулометрического состава;

5. Провести многофакторный анализ лабораторных испытаний образцов грунта с известным неоднородным гранулометрическим составом для определения их механических свойств и сопоставления с результатами виртуального эксперимента и верификации принятого метода математического моделирования;

6. Разработать методику определения механических характеристик образцов неоднородной структуры по результатам стандартных испытаний и провести сравнение этих значений с результатами математического моделирования;

7. Разработать рекомендации по определению оптимального гранулометрического состава грунта для создания искусственных оснований и материалов грунтовых сооружений;

8. Разработать аналитические методы определения эквивалентных характеристик параметров грунта в целом в зависимости от свойств составных элементов неоднородного грунта и объемного соотношения вмещающего грунта и включений.

**Достоверность результатов исследований** основывается на использовании данных, полученных при лабораторных испытаниях образцов с известным гранулометрическим составом в приборах компрессионного и трехосного сжатия, а также на использовании математического аппарата прикладной механики грунтов.

**Научная ценность работы** заключается в:

1. Глубоком изучении и анализе взаимодействия отдельных составляющих грунтов неоднородного состава и строения и разработке на их основе методики определения эквивалентных механических характеристик грунтов;

2. Составлении конечно-элементной математической модели неоднородного грунта, включающей в себя все составляющие элементы с учетом особенностей их взаимодействия;

3. Решении задачи о взаимодействии составных частей неоднородных грунтов в упруго-пластической постановке в условиях компрессии и сдвига методом виртуального эксперимента. Из результатов этих испытаний

получены прочностные и деформационные характеристики представительного объема грунта, используемые при дальнейшем моделировании НДС основания и грунтовых сооружений.

**Научная новизна данной работы** заключается в том, что:

1. Предложено и дано расчетно-теоретическое обоснование модели неоднородного грунта, состоящего из совокупности отдельных составляющих с учетом их взаимодействия, в том числе жесткости, механических характеристик и их количественного соотношения в единице объема. Это позволило представить грунт с существенной неоднородностью в виде сплошного однородного тела, обладающего эквивалентными деформационными и прочностными характеристиками.

2. Предложены принцип и экспериментальная методика определения величины эквивалентных механических характеристик грунтов с существенной неравномерностью гранулометрического состава.

3. На основании изучения и анализа взаимодействия отдельных составляющих неоднородного грунта определены факторы, влияющие на эквивалентные механические характеристики и получены зависимости между ними.

4. Дано аналитическое обоснование определения эквивалентных прочностных и деформационных характеристик грунтов с существенной неоднородностью сложения.

**Практическое значение работы**

Полученные в диссертационной работе результаты исследований позволяют:

Применять разработанную экспериментальную методику для определения эквивалентных механических характеристик неоднородных

грунтов известного гранулометрического состава, слагающих основания или грунтовые сооружения;

Повысить достоверность определения эквивалентных механических свойств неоднородных грунтов и НДС искусственных оснований и земляных сооружений из неоднородных грунтов, что позволяет рационально использовать исходный грунтовый материал;

Дать рекомендации для определения оптимального гранулометрического состава при использовании неоднородных грунтов в качестве материала для сооружений.

### **Реализация работы**

Предложенный метод определения механических характеристик неоднородных грунтов разработан на кафедре МГГ МГСУ и применен при математическом моделировании НДС оснований реальных объектов строительства г. Москвы, г. Чехова, г. Сочи, а также плотины Рогунской ГЭС в республике Таджикистан.

Результаты выполненной работы также использованы в практике научно-исследовательских работ на кафедре механики грунтов и геотехники (МГГ) МГСУ.

### **Апробация работы**

Основные положения работы обсуждались на XIII, XIV и XV международных межвузовских конференциях «Строительство – формирование среды жизнедеятельности (Москва, апрель 2010, 2011 и 2012гг.), на XIX Российско-Польско-Словацком семинаре «Теоретические основы строительства» (Словакия, Жилина, 12-16 сентября 2010г.), на международной научной конференции «Интеграция, партнерство и инновации в строительной науке и образовании» (Москва, 17-19 октября

2012г.), ежеквартальном геотехническом семинаре МГСУ (Москва, октябрь 2012г.).

**Личный вклад соискателя:**

Все лабораторные испытания и виртуальные эксперименты в данной работе, а также моделирование НДС оснований, сложенных неоднородными грунтами, выполнялось соискателем. Разработана методика определения эквивалентных механических свойств неоднородных грунтов.

**На защиту выносятся:**

Результаты экспериментальных и расчетно-теоретических исследований механических свойств неоднородных грунтов и методы определения эквивалентных механических характеристик неоднородных грунтов.

Рекомендации по подбору оптимального гранулометрического состава грунта для искусственных оснований и земляных сооружений.

Классификация неоднородных грунтов и их механических свойств в зависимости от гранулометрического состава с использованием треугольной системы координат Ферре.

По теме диссертации опубликовано восемь статей, из них три в изданиях, входящих в список рекомендованных ВАК. Основные из них: «О трении качения в грунтах», Вестник МГСУ Выпуск 5, 2011г, "Лабораторные испытания грунтов в МГСУ", Инженерные изыскания, №8, 2013г, "Зависимость механических свойств грунтов от степени неоднородности, Инженерная геология, №5, 2013г.

Автор искренне благодарит своего научного руководителя, почетного академика РААСН, заслуженного деятеля науки РФ, академика АВН РФ и Нью-Йоркской АН, почетного профессора МГСУ, доктора технических наук Тер-Мартиросяна З.Г., а также выражает признательность всем сотрудникам

кафедры МГГ и НОЦ «Геотехника» за постоянное внимание и помощь при выполнении настоящей диссертационной работы.

## ГЛАВА 1

# АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ МЕХАНИКИ НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТОВ

### 1.1. Современное представление о неоднородном грунте как о совокупности компонентов с различными свойствами

В настоящее время теоретическая и прикладная механика грунтов при описании НДС массивов грунтов, взаимодействующих с инженерными конструкциями (фундаментами, стенами, сваями и др.) использует теорию линейно-деформируемой сплошной однородной изотропной среды. Теория линейного деформирования грунта, обоснованная трудами К. Терцаги, Н.М. Герсеванова, В.А. Флорина, Н.А. Цытовича базируется на предположении о линейном деформировании при однократном нагружении (или разгрузке) в небольшом диапазоне напряжений. Кроме того, при нагружении рассматривается лишь общая деформация грунта без разделения ее на упругую и пластическую составляющие. Применение методов теории упругости, позволило получить точные математические решения для многих упрощенных задач, таких как задача о действии сосредоточенной силы и распределенной нагрузки на полуплоскость и полупространство и др.

В начале XX века появилась необходимость включения накопленного экспериментального опыта в существующую теорию. Успешная попытка объединения существующих данных была выполнена в работе Карла Терцаги [Терцаги, 1925]. В этой работе сформулированы основные трудности в решении вопросов механики грунтов, такие как существенная неоднородность свойств в массиве грунта, а также влияние поровой воды на свойства грунта.

Терцаги одним из первых указывает на необходимость получения достоверных теорий поведения грунтового массива для применения их в

дальнейшем для разрешения сложных задач, встречающихся в природе. Кроме того, необходимо определять пределы применимости каждой теории к различным видам грунтов, чтобы избежать ее неверного применения.

Применение методов теории упругости потребовало принятия многочисленных допущений, приемлемых для любого другого материала, но не учитывающих особенностей грунтового массива, таких как многофазность и дискретность. Вместе с тем очевидно, что существуют многие виды грунтов, которые обладают существенной физической неоднородностью, такие как грунты с включениями крупных фракций, грунты, имеющие пористую структуру и анизотропию свойств

В действующей нормативной документации [СП 22.13330.2011] предусмотрено определение предварительных значений прочностных и деформационных характеристик грунта на основании классификационных показателей грунтов, таких как коэффициент пористости, числа пластичности и текучести, степень водонасыщения, а для песчаных грунтов - крупности частиц. При этом влияние частиц различных размеров и их процентного содержания не учитывается.

В то же время в практике используются две величины, косвенно учитывающие неоднородность гранулометрического состава грунта - это степень неоднородности гранулометрического состава и модуль крупности. Степень неоднородности определяется по следующей формуле:

$$C_u = \frac{d_{60}}{d_{10}} \quad (1.1)$$

где  $d_{60}$  — диаметр частиц, меньше которого в грунте содержится 60% частиц, а  $d_{10}$  — диаметр частиц, меньше которого в грунте содержится 10% от всех частиц.

В случае, если степень неоднородности больше трех, грунт считается неоднородным, однако никаких дальнейших выводов для проектировщика из этой величины не делается.

Модуль крупности применяется для оценки крупности песка как строительного материала в дорожном строительстве и производстве бетона и определяется путем просеивания навески через сита с диаметрами 5, 2,5, 1,25, 0,63, 0,315, 0,15мм, после чего остатки на каждом сите в процентах складываются и делятся на 100%. По модулю крупности песок может быть разделен на крупный, средний, мелкий и очень мелкий. Данная характеристика используется только в технологических указаниях по изготовлению материалов для строительства, механические характеристики не оцениваются.

ГОСТ 25100-2011 «Грунты. Классификация» предлагает относить песчаные и крупнообломочные грунты к неоднородным в случае, если коэффициент неоднородности  $C_u > 3$ . В соответствии с примечанием к табл. Б.9, при наличии в крупнообломочных грунтах песчаного заполнителя более 40 % или глинистого заполнителя более 30 % от общей массы воздушно-сухого грунта в наименование крупнообломочного грунта включают наименование вида заполнителя и указывают характеристики его состояния (влажность, плотность, показатель текучести). Вид заполнителя устанавливают после удаления из крупнообломочного грунта частиц крупнее 2 мм.

В случае пылевато-глинистых грунтов с песчаными частицами вводится следующая классификация (табл. 1.1 и 1.2):

Таблица 1.1.

Разновидность глинистых грунтов	Содержание песчаных частиц (2 - 0,05 мм), % по массе
Супесь:	
- песчанистая	$\geq 50$
- пылеватая	$< 50$
Суглинок:	

- легкий песчанистый	$\geq 40$
- легкий пылеватый	$< 40$
- тяжелый песчанистый	$\geq 40$
- тяжелый пылеватый	$< 40$
Глина:	
- легкая песчанистая	$\geq 40$
- легкая пылеватая	$< 40$
- тяжелая	Не регламентируется

Таблица 1.2.

Разновидность глинистых грунтов	Содержание частиц размером более 2 мм, % по массе
Супесь, суглинок, глина с галькой (щебнем), с гравием (дресвой) или с ракушкой	15-25
Супесь, суглинок, глина галечниковые (щебенистые), гравелистые (дресвяные) или ракушечные	25-50

Многие ученые занимались изучением микроструктуры грунта. Целью этих исследований было более глубокое изучение механизмов взаимодействия частиц, природы сил, возникающих на контакте, прогнозирование свойств грунтовых массивов значительного размера исходя из свойств элементарного объема грунта.

В результате выделилось самостоятельное направление в изучении грунтов – механика зернистых сред. Моделью зернистой среды здесь служит тело, в котором отдельные зерна являются шарами или другими выпуклыми телами, находящимися в соприкосновении в правильных порядках и размер

которых превышает размер пылевато-глинистых частиц. Соприкасающиеся тела в этой модели принимаются упругими и деформации их описываются с помощью контактной теории Герца [Гер-Мартиросян, 2009]. В этом направлении значительные результаты были достигнуты в развитии контактной теории различных выпуклых геометрических тел правильной формы. Вместе с тем изучение самой зернистой среды было связано с большими трудностями, что привело к созданию большого количества статистических моделей.

В работе И.И. Кандаурова [Кандауров, 1966], посвященной применению механики зернистых сред в строительстве, приведена подробная классификация частиц разных форм, различные варианты их залегания в грунте. Автор приводит решения различных задач о действии нагрузки на зернистую среду в плоской и пространственной постановке, полученные с применением математической статистики, причем рассмотрены задачи не только статические, но и динамические. Однако очевиден предел применения теории зернистых сред: она не учитывает сцепления между частицами, рассматривая грунт как идеально сыпучее тело, следовательно может быть применена только к решению достаточно узкого диапазона задач, связанных с неводонасыщенными песками, крупнообломочными грунтами без заполнителя и искусственными строительными материалами.

Представляет интерес рассмотренное в работе влияние размеров и формы зерен грунта на его механические свойства. Для грунтов, встречающихся в строительстве, на основе многочисленных экспериментальных данных составлены рецепты оптимальных смесей. Соотношение различных размеров зерен в оптимальных смесях подобрано таким, при котором смеси под нагрузкой в различных условиях эксплуатации оснований являются наиболее устойчивыми.

Для решения задачи о распределении напряжений в грунтовом массиве важно правильно оценить влияние формы зерен. Известно,

например, что гравий в силу большой окатанности зерен обладает по сравнению с щебнем той же крупности частиц худшими механическими свойствами. Гравийные, песчаные и щебеночные частицы имеют форму неправильных многогранников. В процессе выветривания разрушению в первую очередь подвергаются острые ребра и углы, и частицы приобретают окатанную форму. При этом в расчетной схеме, в зависимости от используемого решения можно принимать частицы как шарообразной, так и многоугольной формы [Потапов, Платов, Лебедева, 2009].

Непременным условием взаимодействия частиц в грунтовом теле является наличие между ними точек контактов. Необходимо различать рабочие контакты и контакты касания (нерабочие контакты). К рабочим контактам следует относить такие, в которых возникают реактивные силы, определяющие устойчивость частицы в пространстве. В противоположность этому, к контактам касания относятся те, которые не принимают участия в передаче усилий в грунтовом массиве.

Другим аспектом, важным для рассмотрения обозначенной проблемы, является степень окатанности и шероховатости поверхности отдельных частиц, что особенно важно для песчаных грунтов. Вопрос более глубокого изучения свойств песков в литературе рассматривался редко. Этой проблеме посвящена монография Потапова А.Д., Платова Н.А. и Лебедевой М.Д. В настоящее время пески принято подразделять по минеральному, химическому и гранулометрическому составу. П.И. Фадеев пишет, что «минералогический состав песчаных отложений имеет большое значение для оценки пород и почв как грунтов, поскольку он в значительной степени определяет такие важные инженерно-геологические свойства, как прочность, тяжесть, пористость, адсорбционная способность и др.». Минеральный состав частиц влияет на свойства через их структурные характеристики и, в частности, морфологию зерен песков [Фадеев, 1968].

Работы в области изучения влияния минерального состава на форму и характер поверхности песчаных зерен проводились рядом специалистов. Так В.В. Охотин, Г.А. Куприна отмечают, что минералы, не обладающие спайностью, образуют округлые зерна (кварц, кремень), минералы со спайностью (слюда) дают угловатые зерна [Охотин, 1937, Куприна, 1968].

Существенным фактором, определяющим морфологические особенности зерен песков, является устойчивость минералов к выветриванию. В своих работах [Фадеев, 1951, 1968] П.И. Фадеев выделяет три группы минералов по устойчивости: весьма устойчивые (кварц, гранат, магнетит и др.), среднеустойчивые (полевые шпаты, слюды, глауконит), слабоустойчивые (галит, лимонит, гипс). Преобладание в песках устойчивых материалов делает пески устойчивыми в морфологическом отношении, т.е. неизменяемыми в процессе эксплуатации сооружения. Тем не менее, в исследованиях наблюдается изменение гранулометрического состава песка при больших нагрузках, вызванное дроблением частиц на более мелкие.

Одним из факторов, определяющих морфологический облик зерен песков, является состав исходных материнских пород. Граниты и известняки исходных пород дают идиоморфные зерна, мергели и сланцы зерна плоской и остроугольной формы.

Изучению гранулометрического состава песков всегда уделялось значительное внимание. Вызвано это тем, что степень дисперсности песка в значительной форме определяет его свойства, что отмечается известными различиями в свойствах песчаных пород различной крупности. Степень дисперсности песков оказывает значительное влияние на морфологический облик зерен песков. Для песчаных частиц существует предел окатанности, т.е. тот минимальный размер, при котором дальнейших изменений в их форме не происходит. Расчетами В.Н. Шванова и Р.Д. Рассела установлено, что песчаные частицы окатываются тем быстрее, чем больше их размер. При этом крупные частицы в большей степени подвержены раздроблению,

нежели мелкие и это ведет к содержанию в песках остроугольных зерен [Шванов, 1969, Russel, 1937].

В монографии В.И. Осипова [Осипов, 2012] предлагается уточнение теории Терцаги об эффективных напряжениях с учетом влияния контактов между частицами. Эффективные напряжения, передаваемые на скелет породы, концентрируются на контактах, где создаются контактные напряжения и идет их передача от одного структурного элемента другому. Площадь контактов невелика по сравнению с размером условной площадки ( $\text{см}^2$ ,  $\text{м}^2$ ), используемой при расчете средних эффективных напряжений. Поэтому величина напряжений на контактах во много раз превосходит значения общих средних эффективных напряжений. Данная задача рассматривалась так же в монографии З.Г. Тер-Мартirosяна [Тер-Мартirosян, 2009]. В представленном решении получено, что напряжения на контактах превышают средние напряжения на порядок.

Измерение контактных напряжений встречает много трудностей из-за сложности определения площади контактов. Экспериментальным способом это удастся сделать только через измерения расклинивающего давления гидратных пленок связанной воды на контактах.

Считается, что эффективные напряжения при отсутствии порового давления полностью передаются через контакты на скелет породы. Сказанное справедливо только в том случае, когда минеральные частицы непосредственно соприкасаются друг с другом. В глинистых образованиях, имеющих начальную, низкую и даже среднюю степень литификации, напряжения передаются не только через непосредственный контакт частиц, но и через пленки связанной воды [Осипов, 1979]. Поэтому эффективное напряжение компенсируется расклинивающим действием этих пленок и не передается на скелет. Передача напряжений на скелет породы на таком контакте происходит только тогда, когда частицы продавливают гидратную пленку и образуют «сухой» контакт.

Эффективные напряжения передаются на скелет через контакты между структурными элементами. При неизменных общих эффективных напряжениях эффективные контактные напряжения могут различаться в результате расклинивающего действия гидратных пленок, изменения количества контактов, изменения ориентации контактных площадок и площади контактов, что будет влиять на прочностные и деформационные свойства пород.

Скемптон А. [Scempton, 1960] обратил внимание на недостоверность оценки эффективных напряжений на основе теории Терцаги. В расчет эффективных напряжений он ввел поправку на площадь контактов ( $a_c$ ):

$$\sigma' = \sigma - (1 - a_c)u,$$

Где  $a_c$  - отношение площади контактов к общей площади приложения нагрузки.

Однако, так же как и К. Терцаги, он не учитывал влияние на эффективные напряжения сил физико-химической природы, поэтому введенная поправка позволила уточнить значения  $\sigma'$  применительно только к некоторым грунтам, цементам и скальным породам.

Передача напряжений в пористых дисперсных системах идет не по всей межфазной поверхности, а только в местах их наибольшего сближения – контактах. Количество и характер индивидуальных контактов – важнейшая характеристика структур, определяющая величину и характер передачи эффективных напряжений.

В зависимости от формы взаимодействующих частиц контакты могут быть нескольких геометрических типов: контакты между сферическими частицами, контакты между сферическими и плоскими частицами и контакты между плоскими частицами (см. рис. 1.1).

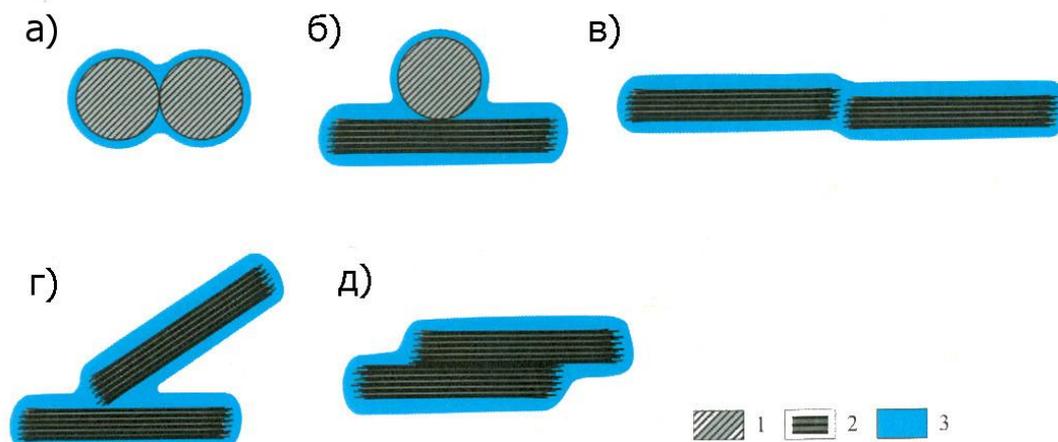
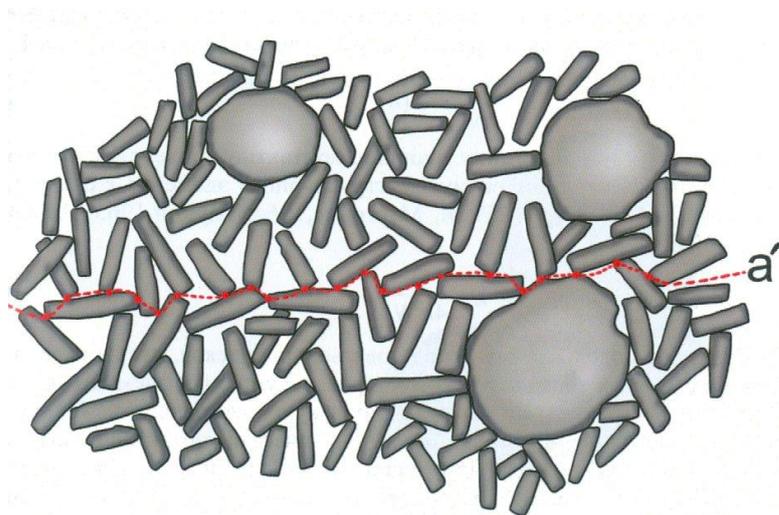


Рисунок 1.1. Геометрические типы контактов: а – между сферическими частицами, б – между сферической и плоской частицами, в-д – между плоскими частицами с образованием контактов типа скол - скол (в), базис - скол (г) и базис - базис (д). 1,2 – частицы, 3 – связанная вода.

Расчет эффективных напряжений проводится для контактных площадок, ориентированных нормально к действующим внешним силам. Для того, чтобы рассчитать нормальные эффективные напряжения с учетом внутренних напряжений, необходимо знать количество контактов, на которые передаются внешние и внутренние напряжения и величину истинных контактных напряжений.

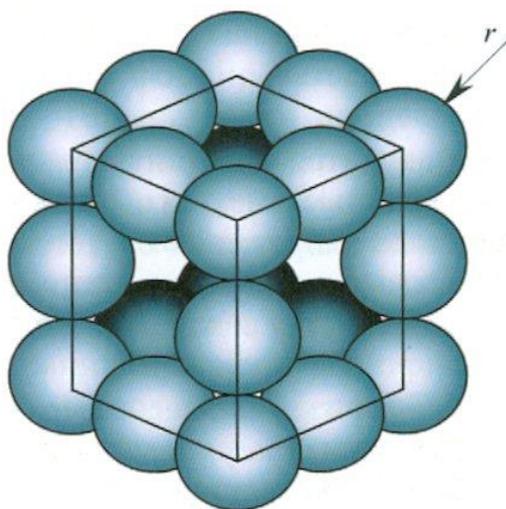
Для оценки количества контактов берется любая горизонтальная поверхность площадью  $S$  внутри пористого тела, ориентированная нормально к направлению приложения внешнего напряжения. В действительности взятая поверхность будет иметь слабоволнистую поверхность, как это показано на рисунке 1.2.

Предполагается, что все контактные площадки между структурными элементами ориентируются также перпендикулярно направлению действующего напряжения. Задача заключается в определении количества контактов, приходящихся на единицу площади горизонтальной поверхности. В реальном грунте, однако, это не так: частицы располагаются хаотично, и на контактах возникают не только нормальные, но и касательные усилия.



*Рисунок 1.2. Горизонтальная поверхность a-a' внутри пористого тела*

Для оценки количества контактов на единице площади горизонтальной площадки в настоящее время разработано несколько расчетных схем – моделей дисперсного пористого тела. Число контактов в этих моделях определяется размером и формой частиц, способом их укладки и тесно связано с пористостью. Чем меньше размер частиц и плотнее их упаковка, тем больше контактов в единице площади горизонтальной поверхности.



*Рисунок 1.3. Схема глобулярной модели дисперсной пористой структуры:  $N$  – среднее число частиц от узла до узла, определяемое пористостью структуры;  $r$  – средний радиус частиц*

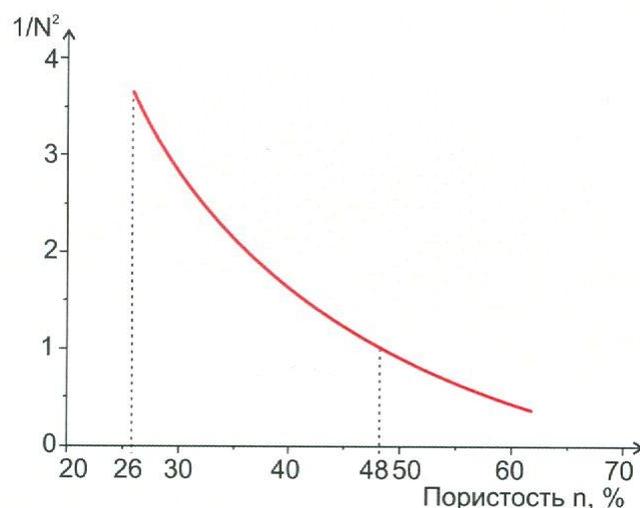
Наиболее простой является глобулярная модель, предложенная П.А. Ребиндером, Е.Д. Щукиным и Л.Я. Марголисом для структур, сложенных частицами сферической формы и имеющих пористость более 48% [Ребиндер, Щукин, Марголис, 1964]. Позднее эта модель была распространена на структуры с пористостью в интервале от 48 до 26% [Амелина, Щукин, 1970]. Для построения глобулярной модели используются прямолинейные цепочки, состоящие из касающихся друг друга шаров одинакового диаметра. Цепочки расположены по трем взаимно перпендикулярным направлениям и, пересекаясь, образуют узлы структуры. Способ упаковки характеризуется структурным параметром  $T$  – средним числом частиц от узла до узла. При  $N=1$  получается структура с простой кубической упаковкой, а при дробном значении  $N$  система имеет неправильное чередование узлов. В такой модели пористость  $n$  однозначно связана с параметром  $N$ . Эта зависимость дается графически в виде функции [Амелина, Щукин, 1970]:

$$\frac{1}{N^2} = f(n) \quad (1.2)$$

Число контактов на единицу площади контактной поверхности связано с параметром  $N$  и средним радиусом структурного элемента  $r$  следующей зависимостью, представленной на рисунке 1.4. [Ребиндер, Щукин, Марголис, 1964; Щукин, 1965; Амелина, Щукин, 1970]

$$\chi = \frac{1}{4r^2 N^2} \quad (1.4)$$

Эта зависимость позволяет при известном среднем размере частиц и пористости определить количество контактов, а следовательно и напряжения в скелете грунта, что может использоваться при анализе распределения напряжений между компонентами неоднородного грунта.



*Рисунок 1.4. Зависимость параметра  $\frac{1}{N^2}$  от пористости структуры*

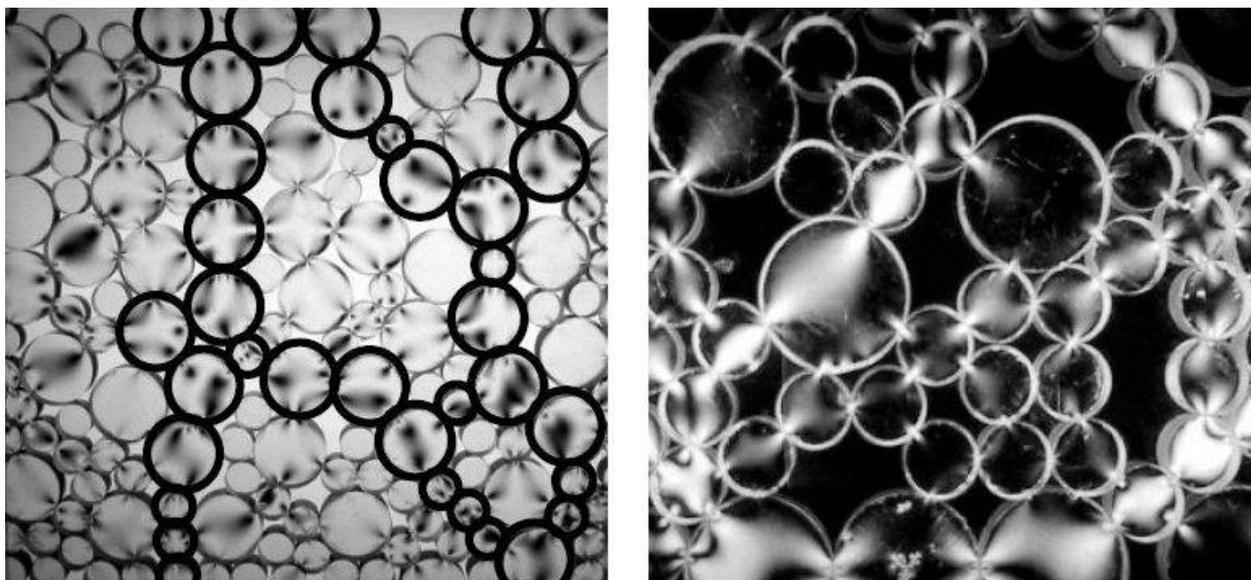
Глобулярная модель может применяться для песков, песчаников, алевролитов и некоторых тонкодисперсных пород, структурные элементы которых (частицы, микроагрегаты) имеют форму, близкую к сферической. Так, например, ее применение возможно для расчета количества контактов в некоторых супесях и суглинках, сложенных песчаными зернами и округлыми песчано-глинистыми включениями.

Основным недостатком глобулярной модели является то, что она не учитывает полидисперсность и анизотропию формы структурных элементов, слагающих глины.

Непосредственные контакты между частицами полностью воспринимают все общие эффективные напряжения и передают их на скелет породы. Влияние физико-химических факторов на распределение эффективных напряжений на них является минимальным и может не учитываться. В связи с этим закон Терцаги успешно применяется для крупнообломочных и большинства песчаных пород.

В настоящее время многими зарубежными авторами изучается проблема взаимодействия частиц в массиве грунта. Для изучения этого взаимодействия применяется современная оптическая техника, ставятся

новые эксперименты, создаются модели. Так, в работе Х.К. Сантамарины [Santamarina, 2001] подробно рассмотрены различные силы, возникающие на поверхности частиц и существенно влияющие на свойства грунта. Это такие силы, как водно-коллоидные связи, электростатические усилия, искусственная и естественная цементация. Автор проводит ряд экспериментов, в чем-то подтверждающих, а в чем-то и опровергающих классическое представление о поведении грунта на микроуровне. Один из интереснейших выводов, сделанных им в своей работе – при достаточно плотной упаковке в процессе сжатия частицы в грунте образуют столбики, принимающие на себя большую часть нагрузки, при этом разгружается заполнитель пор между частицами. Нормальные к поверхности контакта силы ориентируются в направлении главного напряжения  $\sigma_1$ . Устойчивость и пространственная жесткость этих столбиков в свою очередь обеспечена соседними частицами. В этой работе возникновение цепочек частиц было продемонстрировано с помощью метода фотоупругости в плоском лотке, заполненном фотоупругими дисками. На рисунке 1.5 представлены фотографии в поляризованном свете.



*Рисунок 1.5. Распределение напряжений в скелете (фотоупругие диски).*

При этом возникает концентрация нормальных и касательных напряжений на контактах между частицами и вблизи них как при сдвиговом нагружении, так и при всестороннем сжатии, что приводит к развитию пластических деформаций в условиях компрессии. Это предположение косвенно подтверждает наличие связи между прочностными и деформационными характеристиками грунта, выявленной в работах З.Г. Тер-Мартirosяна, Мирного А.Ю., Джаро Мухаммед Назим. [Тер-Мартirosян, Мирный, Джаро, 2012]

Автор отмечает возможность проворачивания частиц в составе среды, причем эта возможность возрастает с увеличением коэффициента пористости. При этом увеличение количества контактов, а, следовательно, и величины силы трения между частицами, снижает относительное проскальзывание частиц и возможность потери устойчивости.

МакДауелл и Болтон в своей работе [McDowell, Bolton, 2001], посвященной микромеханике грунта, совершили попытку применить теорию Герца к совокупности частиц. Очевидно, что с ростом напряжения в контакт вступают конические неровности частиц. С дальнейшим ростом напряжения неровности сглаживаются и контакт начинает соответствовать теории Герца, при этом образуются новые точки контакта. Это справедливо для сред с плотной упаковкой частиц, где объем каждой поры меньше размера частицы, а коэффициент пористости практически не меняется с увеличением напряжения до момента течения.

Среды, в которых частицы находятся в неплотной упаковке, в большей степени зависят от устойчивости цепочек частиц. Необходимо отметить, что механизм устойчивости цепочек частиц необратим, а следовательно неприменим для упругой модели грунта. Таким образом, потеря устойчивости цепочек частиц является основной причиной развития в грунтах пластических деформаций.

Однако в реальном грунте наблюдаются также явления пиковой и остаточной прочности, то есть эквивалентный угол внутреннего трения массива меняется в зависимости от величины угловых деформаций. Это явление предположительно может быть обусловлено проявлением различных видов трения в грунте - трения качения и трения скольжения.

Известно, что сопротивление трению качения в несколько раз меньше сопротивления трению скольжения. Наиболее наглядно этот факт был продемонстрирован в задаче о движении катка по релаксирующему основанию. В работе З.Г. Тер-Мартirosяна, А.Ю. Мирного и Е.С. Соболева показано, что мощность, затрачиваемая на перемещение катка без трения качения почти в 5 раз превышает аналогичную мощность при учете трения качения [Тер-Мартirosян, Мирный, Соболев, 2011].

Изложенная в работе теория о различии сущности и энергетики трения скольжения и трения качения может служить основой для объяснения причин возникновения пиковой и остаточной прочности в песчаных грунтах при кинематическом режиме сдвига. Действительно, если на начальном участке кривой деформация-напряжение при малых смещениях может реализовываться трение скольжения, то при больших сдвигах может реализовываться трение качения. Кроме того известно, что после достижения пикового значения предельного сопротивления сдвигу песчаный грунт разрыхляется (дилатирует), что также способствует взаимному относительному перемещению частиц песка путем преодоления наименьшего сопротивления, т.е. трения качения.

Этим также можно объяснить значительное снижение сопротивления песчаных грунтов в процессе развития сдвиговых и объемных деформаций под воздействием вибрации.

Попытки рассмотреть механическое движение отдельных частиц грунта относительно друг друга совершались многими авторами, но исследований, определяющих преобладающее в грунтах движение частиц,

авторам найти не удалось. Очевидно, что при плоскопараллельном движении для сдвига массива грунта потребуется существенно большее усилие, чем в случае линейно-вращательного движения.

Аспирантом кафедры МГрОиФ МГСУ Анисимовым В.А. было выполнено исследование суффозионных процессов в неоднородном грунте [Тер-Мартirosян, Анисимов, 2009]. В рамках этого исследования была создана модель неоднородного грунта с крупными частицами и заполняющим поры мелкодисперсным грунтом.

Вопросы математического моделирования контактов между различными средами в расчетных комплексах, реализующих метод конечных элементов рассмотрены в руководствах пользователя. Решение контактных задач связано со значительными трудностями в связи с непредсказуемостью области контакта до решения задачи, а также с различными реализуемыми механизмами трения. В программном комплексе ANSYS контактные задачи подразделяются по типу контакта на следующие виды [Басов, 2005]:

- контакт узла с узлом;
- контакт узла с поверхностью;
- контакт поверхности с поверхностью;
- контакт линии с линией;
- контакт линии с поверхностью.

При этом важное значение имеет соотношение жесткостей контактирующих сред. В случае, если рассматриваются среды с жесткостью одного порядка необходимо создавать симметричный слой контактных элементов, что приводит к двукратному увеличению размерности модели по сравнению с контактом сред разной жесткости. Большинство грунтовых задач относятся именно к первому случаю.

С целью получения адекватных значений касательных усилий необходимо задание параметров трения на контакте. Простейшим

параметром Кулоновского трения является коэффициент трения  $\mu$ . Для приближения работы модели к реальной среде вводятся дополнительные параметры, такие как предельное значение касательного напряжения  $\tau_{max}$ , статический и динамический коэффициенты, параметры фрикционного скольжения, слипание на поверхности контакта.

Математический аппарат, примененный в программном комплексе ANSYS допускает четыре фазовых состояния контактирующих поверхностей:

- удаленные друг от друга;
- близкие к контакту;
- скользящие;
- слипшиеся.

Для каждой контактной пары фазовое состояние контакта определяется заново при каждом шаге расчета, при этом меняется его поведение: для слипшихся контактов действует величина сцепления, для скользящих только трение. Кроме того, для контактной пары может быть задан режим в зависимости от соотношения жесткостей контактирующих тел, позволяющих сократить время расчета без потери сходимости. В целом современные конечно-элементные комплексы позволяют с высокой достоверностью моделировать задачи о сложном взаимодействии тел, что подтверждено верификационными грамотами.

Несмотря на большой потенциал применения конечно-элементных комплексов для моделирования многофазных грунтов, работы в этом направлении практически не проводятся.

Большинство конструкционных материалов представляют собой достаточно однородные среды, в связи с чем к ним успешно применяются решения теории однородной сплошной среды, позволяющие определить компоненты напряженно-деформированного состояния. Задачи о

неоднородностях в сплошной среде впервые рассматривались специалистами в области металлоконструкций при решении задач об ослаблении материала в местах изменения сечения. Это задачи об отверстиях – включениях нулевой жесткости. Задача о сжатой или растянутой пластине, ослабленной отверстием различной формы является классической задачей теории упругости.

С появлением композитных материалов возникла необходимость определения их свойств для экономически обоснованного подбора соотношения компонентов. Первым из подобных материалов может считаться железобетон, являющийся композитом цементного камня, заполнителя и армирования. В случае железобетона решение задач оказалось возможным только при введении большого количества допущений: предполагается, что бетон имеет нулевое сопротивление растяжению, поле напряжений в сечении однородное, а армирование не проскальзывает внутри вмещающего материала.

Очевидно, что реальное поведение неоднородного материала, в частности грунта, значительно сложнее.

Задача о сжатой или растянутой пластине, ослабленной отверстием различной формы является классической задачей теории упругости. Так для круглого отверстия малого радиуса точное решение было получено Г. Киршем [Kirsch, 1898]. Большое значение для развития теории упругости вообще и для изучения концентрации напряжений в плоских средах в частности имеют работы Г.В. Колосова [Колосов, 1935]. В них дано приложение теории функций комплексного переменного к плоской задаче теории упругости. В работах Н.И. Мусхелишвили было предложено применения теории функций комплексного переменного к плоской задаче теории упругости [Мусхелишвили, 1966]. Методом Н.И. Мусхелишвили были решены многочисленные частные задачи для изотропной пластинки, ослабленной криволинейным отверстием. Развитием этой категории задач

являются задачи об отверстии произвольной формы, в которое впаяно (жестко заделано) ядро с другими механическими параметрами.

Для применения в машиностроении были рассмотрены задачи о рядах отверстий различной конфигурации и соотношения размеров, а так же краевые задачи о полупространстве с отверстием, расположенным близко к нагрузочной плоскости.

Очевидно, что все эти задачи можно отнести к общей группе задач о влиянии включений различной жесткости на распределение напряжений в массиве. На основании решений этих задач могут быть получены зависимости концентрации напряжений от формы и относительных размеров включений.

Если сплошная, без отверстия, пластина испытывает равномерное растяжение напряжением  $p$  в направлении оси  $x$ , то ее напряженное состояние описывается компонентами напряжений:

$$\sigma_x = p; \sigma_y = 0; \tau_{xy} = 0.$$

Если в пластине проделано малое круглое отверстие радиусом  $a$ , то распределение напряжений вблизи этого отверстия изменится; однако в соответствии с принципом Сен-Венана, этим изменением можно пренебречь на расстояниях, достаточно больших по сравнению с радиусом отверстия. Искажение напряженного состояния малым концентратором напряжений носит местный характер, искажение локализуется вблизи концентратора.

Напряжениям в сплошной пластине соответствует функция напряжений Эри  $\varphi = \frac{1}{2}py^2$ .

В полярных координатах функция напряжений имеет вид

$$\varphi = \frac{1}{2}pr^2 \sin^2 \theta = \frac{1}{4}pr^2 - \frac{1}{4}pr^2 \cos 2\theta \quad (1.5)$$

Рассмотрим часть пластинки внутри концентрической окружности радиуса  $b$ , большего по сравнению с  $a$  (рис 1.6).

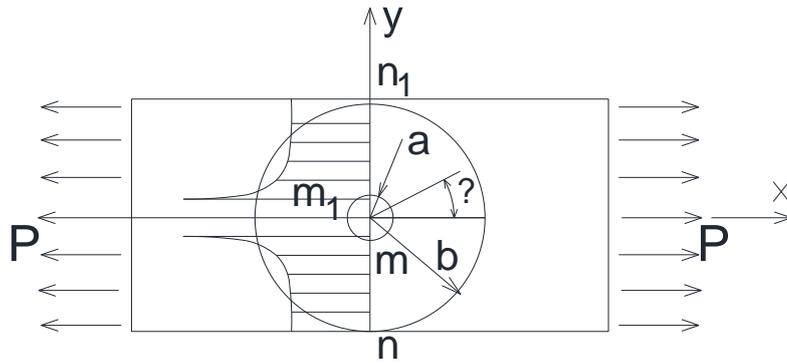


Рисунок 1.6. Расчетная схема для пластинки с отверстием.

Напряжения на окружности радиуса  $b$  будут по существу теми же, что и в пластине без отверстия, и могут быть определены формулами [1.5]

$$\begin{aligned}
 (\sigma_r)_{r=b} &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = \frac{1}{2} p - \frac{1}{2} p \cos 2\theta + p \cos 2\theta = \frac{1}{2} p (1 + \cos 2\theta) ; \\
 (\tau_{\rho\theta})_{r=b} &= -\frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) = -\frac{1}{2} p \sin 2\theta
 \end{aligned}
 \tag{1.6}$$

Эти усилия, действующие на внешнюю часть кольца, имеющего внутренний радиус  $\rho = a$  и внешний радиус  $\rho = b$ , определяют распределение напряжений внутри кольца, которое можно рассматривать

состоящим из двух частей. Первая часть вызвана постоянной компонентой  $\frac{p}{2}$  нормальных усилий. Напряжения, которые она вызывает, можно определить с помощью выражений решения задачи Ламе. Другая часть, вызванная

нормальными силами  $\frac{p}{2} \cos 2\theta$ , вместе с касательными усилиями  $-\frac{p}{2} \sin 2\theta$  создает напряжения, которые можно найти из функции напряжений вида  $\varphi = f(\rho) \cos 2\theta$ .

Подставляя это выражение в уравнение совместности

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} \right) = 0
 \tag{1.7}$$

приходим к следующему обыкновенному дифференциальному уравнению для определения  $f(\rho)$

$$\left(\frac{d^2}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} - \frac{4}{\rho^2}\right)\left(\frac{d^2f}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{df}{d\rho} - \frac{4f}{\rho^2}\right) = 0 \quad (1.8)$$

Это линейное уравнение типа уравнения Эйлера. Его общее решение имеет вид

$$f(\rho) = A\rho^2 + B\rho^4 + \frac{C}{\rho^2} + D \quad (1.9)$$

Отсюда может быть получена функция напряжений

$$\varphi = (A\rho^2 + B\rho^4 + \frac{C}{\rho^2} + D)\cos 2\theta, \quad (1.10)$$

а соответствующие компоненты напряжений

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\rho &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial \varphi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} = -(2A + \frac{6C}{\rho^4} + \frac{4D}{\rho^2})\cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \rho^2} = (2A + 12B\rho^2 + \frac{6C}{\rho^4})\cos 2\theta \\ \tau_{\rho\theta} &= -\frac{\partial}{\partial \rho} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) = (2A + 6B\rho^2 - \frac{6C}{\rho^4} - \frac{2D}{\rho^2})\sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

Постоянные интегрирования определяются из условий на внешней границе (2.1) и из условия отсутствия внешних усилий на краю отверстия.

Эти условия дают:

$$2A + \frac{6C}{b^4} + \frac{4D}{b^2} = -\frac{p}{2}; \quad 2A + \frac{6C}{a^4} + \frac{4D}{a^2} = 0 \quad (1.12)$$

$$2A + 6Bb^2 - \frac{6C}{b^4} - \frac{2D}{b^2} = -\frac{p}{2}; \quad 2A + 6Bb^2 - \frac{6C}{a^4} - \frac{2D}{a^2} = 0$$

Решая эту систему для неограниченно большой пластинки  $\frac{a}{b} = 0$ , получаем:

$$A = -\frac{p}{4}, B = 0, C = -\frac{a^4}{4}p, \dots D = \frac{a^2}{2}p. \quad (1.13)$$

Подставляя значения постоянных интегрирования в уравнения (2.13) и добавляя напряжения, вызванные равномерным растяжением интенсивности  $\frac{p}{2}$ , действующим на внешней границе, и определяемые из уравнений, находим

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\rho &= \frac{p}{2}\left(1 - \frac{a^2}{\rho^2}\right) + \frac{p}{2}\left(1 + \frac{3a^4}{\rho^4} - \frac{4a^2}{\rho^2}\right)\cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= \frac{p}{2}\left(1 + \frac{a^2}{\rho^2}\right) - \frac{p}{2}\left(1 + \frac{3a^4}{\rho^4}\right)\cos 2\theta \\ \tau_{\rho\theta} &= -\frac{p}{2}\left(1 - \frac{3a^4}{\rho^4} + \frac{2a^2}{\rho^2}\right)\sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (1.14)$$

Это решение известно под именем Кирша [Kirsch, 1898].

В результате может быть получен график распределения напряжений на краю отверстия и в теле пластины (см. рис. 1.7)

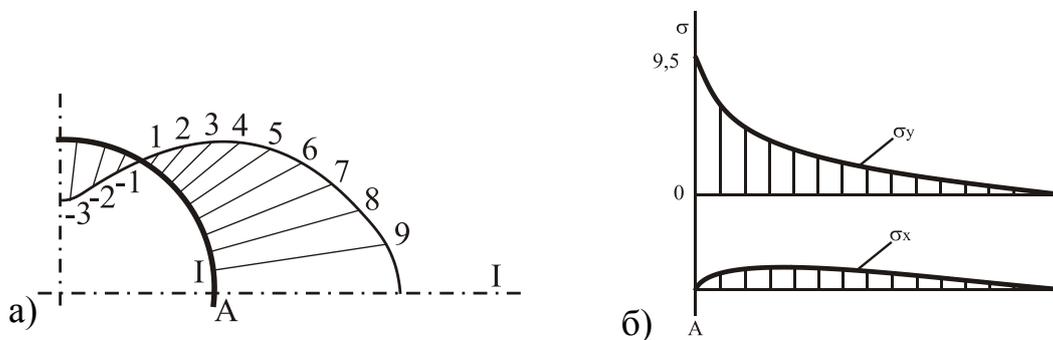


Рисунок 1.7. Эпюры напряжений на контуре отверстия (а) и эпюры разделенных напряжений (б)

Если радиус очень велик, напряжения  $\sigma_\rho$  и  $\tau_{\rho\theta}$  приближаются к значениям, даваемым уравнениями (3.1). На краю отверстия ( $\rho = a$ ) имеем:

$$\sigma_\rho = \tau_{\rho\theta} = 0, \dots \sigma_\theta = p - 2p\cos 2\theta. \quad (1.15)$$

Напряжение  $\sigma_\theta$  достигает максимального значения при  $\theta = \frac{\pi}{2}$  или  $\theta = \frac{3\pi}{2}$ , т.е. на концах  $m$  и  $m_1$  диаметра, перпендикулярного к направлению растяжения (рис.2.1). В этих точках  $(\sigma_\theta)_{\max} = 3p$ . Это напряжение втрое больше номинального, т. е. напряжения, которое имело бы место в случае отсутствия отверстия-концентратора напряжений, и равного приложенному к краям пластинки внешнему напряжению.

Имея решение (3.2) для растяжения или сжатия в одном направлении, с помощью наложения легко получить решение для растяжения или сжатия в двух перпендикулярных направлениях. Если в двух перпендикулярных направлениях ( $x$  и  $y$ ) действуют растягивающие напряжения, равные  $P$ , то на границе отверстия возникают растягивающие напряжения  $\sigma_\theta = 2p$ . Если в направлении  $x$  действует растягивающее напряжение  $\sigma_x = p$ , а в направлении  $y$  – сжимающее напряжение  $\sigma_y = -p$ , имеем случай чистого сдвига. Согласно (2.3) кольцевое напряжение на границе отверстия равно

$$\sigma_\theta = p - 2p \cos 2\theta - [p - 2p \cos(2\theta - \pi)] \quad (1.16)$$

При  $\theta = \pi/2$  или  $\theta = 3\pi/2$ , т.е. в точках  $m$  и  $m_1$ , находим, что  $\sigma_\theta = 4p$ .

При  $\theta = 0$  или  $\theta = \pi$ , т.е. в точках  $n$  и  $n_1$ , имеем  $\sigma_\theta = -4p$ . Следовательно, при чистом сдвиге для достаточно большой пластинки максимальное кольцевое напряжение на границе отверстия в 4 раза превышает номинальное или приложенное напряжение чистого сдвига.

## **1.2. Методы определения эквивалентных механических характеристик неоднородных грунтов**

Изучение микроструктуры грунта проводилось многими отечественными и зарубежными авторами, на эту тему опубликовано множество статей и монографий. В связи с тем, что неоднородные грунты родственны композитным материалам, к ним также применимы некоторые решения, полученные для искусственных сред с включениями.

Отдельное внимание необходимо уделить фундаментальному труду Кристенсена [Кристенсен, 1982], в котором рассмотрены различные виды частиц и способы их залегания, а также получены точные математические решения для различных вариантов. Кристенсен последовательно рассматривает применение теории упругости к определению свойств композитов, влияние формы и объемной доли включений на свойства композита. К сожалению, в этой работе принято полное слипание частиц в массиве. Введение в решения Кристенсена переменного сцепления привело бы к серьезному усложнению этих решений.

Тем не менее, использование идеализированных геометрических моделей гетерогенных сред позволило получить аналитические оценки макроскопических свойств гетерогенных сред через геометрические и механические характеристики составляющих компонентов. Для среды с упругими сферическими включениями одного диаметра с малой объемной долей включений эквивалентные модули сдвиговой  $G$  и объемной  $K$  деформаций эквивалентной гомогенной среды выразятся через соответствующие модули для сферических включений  $G_1$  и  $K_1$ :

$$G = G_2 \left\{ 1 - \frac{15 \cdot (1 - \nu_2) \cdot [1 - G_1/G_2] \cdot n}{7 - 5\nu_2 + 2 \cdot (4 - 5\nu_2) \cdot (G_1/G_2)} \right\} \quad (1.17)$$

$$K = K_2 + \frac{(K_1 - K_2) \cdot n}{1 + [(K_1 - K_2)/(K_2 + 4/3 G_2)]} \quad (1.18)$$

Когда сферические включения абсолютно жесткие, а вмещающая среда несжимаема, т.е.  $G_1 = \infty$ ,  $\nu_2 = 0,5$ , то:

$$G = G_2 \left( 1 + \frac{5}{2} \cdot n \right) \quad (1.19)$$

где  $n = (a/b)^3$  - объемная доля сферических включений,

где  $a$  - радиус включения,  $b$  - радиус вмещающей сферы.

Из этой формулы видно, что с ростом сферических включений эквивалентный модуль сдвига растет, и что сферические включения армируют вмещающую среду. В виде такой среды может быть представлен глинистый грунт с включениями однородного крупнозернистого грунта. Очевидно, что эти формулы могут быть использованы при решении многих прикладных задач механики грунтов, когда вмещающая среда представлена сравнительно однородными песчаными и глинистыми грунтами с малым включением камней независимо от приведенного радиуса.

Для среды с упругими сферическими включениями различного радиуса с произвольной объемной долей, ближе отвечающей грунтовой среде, модули выведены в работей Кристенсена в следующей форме:

$$G = G_1 \left\{ 1 - \frac{(1 - G_1/G_2) \cdot [7 - 5\nu_2 + 2 \cdot (4 - 5\nu_2) \cdot (G_1/G_2)]}{15 \cdot (1 - \nu_2)} \cdot m \right\} \quad (1.20)$$

$$K = K_2 + \frac{n \cdot (K_1 - K_2)}{1 + m \cdot [(K_1 - K_2) / (K_2 + \frac{4}{3} G_2)]} \quad (1.21)$$

где  $m = 1 - n$ , а

$n$  - объемная доля сферических включений.

Эквивалентные модули объемного сжатия не зависят от количественного содержания включений и их размеров, однако, следует помнить, что включения между собой не должны иметь контактов, и что между радиусом включений и сферой их влияния существует определенное соотношение, и что это соотношение является постоянным для каждого отдельного включения.

Интерес представляет случай местных включений и полостей (пористый камень). В случае наличия полостей эквивалентный модуль сдвига имеет вид:

$$G = \frac{3 \cdot (1-2n)}{1-n} G_2 \quad (1.22)$$

А в случае жестких включений:

$$G = \frac{G_2}{1-2,5n} \quad (1.23)$$

В случае одинакового размера сферических включений при их плотной кубической упаковке получается  $n_{max} = \pi/6$ . Тогда при  $n < n_{max}$ :

$$G = G_2 \frac{3\pi}{16 \cdot [1 - (n/n_{max})^{1/3}]} \quad (1.24)$$

Необходимо отметить, что, если форма твердых включений незначительно отличается от сферической, то эквивалентные выше выражения применимы для практических целей, т.к. все зависит от объемных долей включений.

В своей монографии Тер-Мартirosян З.Г. [Тер-Мартirosян, 2009] приводит полученные им решения для определения эквивалентных прочностных и деформационных характеристик неоднородных грунтов. Так, для крупнообломочного грунта с мелкозернистым заполнителем получены следующие выражения:

$$K = K_i + K_s \cdot m, G = G_s \cdot m + G_i \cdot n, \nu = \frac{K-2G}{2 \cdot (K-G)} \quad (1.25)$$

$$\sigma_s = \sigma \cdot \frac{K_s}{K}, \sigma_i = \sigma \cdot \frac{K_i}{n \cdot K}, \tau_s = \frac{\tau}{m} \cdot \left(1 - \frac{G_s}{G} \cdot n\right), \tau_i = \frac{\tau}{n} \cdot \left(1 - \frac{G_i}{G} \cdot m\right),$$

где  $n$  – пористость крупнообломочного грунта,  $m=1-n$ ;  $K_s, G_s$  – модули объемной и сдвиговой деформаций крупнообломочного грунта без заполнителя,  $K_i, G_i$  – модули объемной и сдвиговой деформаций грунта в порах крупнообломочного грунта.

Условие предельного равновесия крупнообломочного грунта с мелкозернистым заполнителем запишется следующим образом:

$$\tau = \sigma \cdot \operatorname{tg} \varphi + c \text{ или} \quad (1.26)$$

$$\tau = \tau_s \cdot m + \tau_i \cdot n = m \cdot (\sigma_s \cdot \operatorname{tg} \varphi_s + c_s) + n \cdot (\sigma_i \cdot \operatorname{tg} \varphi_i + c_i),$$

где  $\varphi$  и  $c$  – эквивалентные характеристики прочности грунта в целом,  $\varphi_s$ ,  $c_s$ ,  $\varphi_i$ ,  $c_i$  – характеристики прочности крупнообломочного грунта и заполнителя соответственно.

В случае крупнообломочного грунта без заполнителя из уравнений следует:

$$K = K_s \cdot m, G = G_s \cdot m, \quad (1.27)$$

$$\sigma_s = \frac{\sigma}{m} > \bar{\sigma}_s, \tau_s = \frac{\tau}{m} > \bar{\tau}_s, \varepsilon = \sigma/K, \gamma = \tau/G$$

Следовательно, и в этом случае истинные напряжения в скелете грунта  $\sigma_s$  и  $\tau_s$  превышают их средневзвешенные значения или тотальные напряжения  $\sigma$  и  $\tau$ .

Кроме того, в крупнообломочном грунте наряду с осредненными значениями напряжений в скелете грунта  $\sigma_s$  и  $\tau_s$  действуют напряжения на контактах между крупными обломками, которые значительно превышают осредненные значения напряжений. Эти контактные напряжения значительно превосходят средние значения напряжений в крупнообломочном грунте в целом и могут служить причиной медленного деформирования каменной наброски или внезапного лавинного разрушения структуры каменной наброски с переходом в состояние предельного равновесия.

В монографии Тер-Мартirosяна З.Г. [Тер-Мартirosян, 2009] подробно описана задача, рассматривающая массив, сложенный шарами в плотной упаковке. На основе контакта Герца описаны деформации, которые получит такой массив при действии на него распределенной нагрузки, передаваемой через жесткий штамп.

Для оценки контактных напряжений и взаимного перемещения шаров использовались известные зависимости для максимального значения напряжений и перемещений в точке контакта, т.е.:

$$\sigma_{max} = \frac{3N}{2\pi \cdot a^3}, \alpha = \sqrt[3]{\frac{9\pi^2}{16} \cdot \frac{N^2 \cdot (K_1 + K_2) \cdot R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}} \quad (1.28)$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{3\pi}{4} \cdot \frac{N \cdot (K_1 + K_2) \cdot R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}}, K_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1}, K_2 = \frac{1 - \nu_2^2}{\pi \cdot E_2}, \delta = \frac{(2 - \nu) \cdot T}{4G \cdot a},$$

где  $N$  и  $T$  – силы взаимодействия шаров, нормальные и касательные соответственно,  $E_1$  и  $E_2$ ;  $\nu_1$  и  $\nu_2$  – модули упругости и коэффициенты Пуассона шаров;  $R_1$  и  $R_2$  – радиусы кривизны шаров на контакте;  $\alpha$  и  $\delta$  – нормальные и касательные относительные перемещения шаров;  $a$  – радиус контактной поверхности.

Концентрация контактных напряжений может объяснить возможность образования крутых откосов, превышающих угол естественного откоса и угол трения, т.к. нормальные напряжения на контакте значительно превышают касательные напряжения, особенно вблизи точки контакта.

Касательные и нормальные напряжения по площади контакта радиусом « $a$ » распределяются по следующим зависимостям:

$$\sigma_n = \frac{3N}{2\pi \cdot a^2} \cdot \sqrt{1 - \frac{\rho^2}{a^2}}, \tau_n = \frac{T}{2\pi \cdot a \cdot \sqrt{(a^2 + \rho^2)}}, 0 \leq \rho \leq a. \quad (1.29)$$

Поскольку касательные напряжения растут от центра к периферии, а нормальные напряжения – наоборот, то возможно проскальзывание на определенной площади контакта при  $\rho = a' < a$ . Учет этого обстоятельства приводит к тому, что касательные напряжения при  $\rho > a'$  снижаются и становятся равными кулоновскому трению, т.е.  $\tau_n = \sigma_n \cdot tg\varphi$ .

На основании вышеэквивалентных формул был рассчитан пример для случая, когда шары имеют одинаковый радиус и одинаковые модули

деформации и коэффициенты Пуассона. В результате были получены величины осадки и горизонтального смещения крупнообломочного грунта без нарушения структуры.

В случае высокой степени неоднородности существенной проблемой является проявление масштабного эффекта, выражающегося в недостоверности испытаний образца малого размера. Для испытания грунтов сложного строения необходимо использовать образцы с размерами не менее 1м, что требует применения нестандартных приборов, зачастую дорогостоящих и недоступных. В этой связи делались попытки разработки моделей и методов косвенного определения механических характеристик неоднородных массивов грунта.

Так, например, С.Б. Ухов, А.В. Конвиз и В.В. Семенов совместно разработали модель, позволяющую определять механические характеристики трещиноватого скального грунта с заполнителем [Ухов, Конвиз, Семенов, 1993]. Сущность метода состоит в следующем. По данным инженерно-геологического анализа или фотографирования обнажения скального грунта составляется его «типовая структура», характеризующая особенности строения грунта (содержание и форму крупных включений и заполнителя между ними, относительное расположение включений). При этом размеры такой модели могут составлять десятки сантиметров, метры и более.

Необходимо отметить, что это решение применимо в большей степени для скальных грунтов, в которых между включениями и заполнителем имеется полное слипание, в связи с чем их поведение ближе к поведению композитов

С помощью лабораторных или полевых исследований определяются характеристики деформационных и прочностных свойств грунтовых материалов, составляющих типовую структуру (например, включений и заполнителя). Затем выполняется численное моделирование эксперимента с

типовой структурой. При этом к граням образца прикладывают постоянные значения минимального главного напряжения  $\sigma_3$  и возрастающие значения максимального главного напряжения  $\sigma_1$ . Неограниченное возрастание интенсивности сдвиговых деформаций с увеличением интенсивности касательных напряжений позволяет фиксировать момент разрушения образца. После проведения нескольких таких математических испытаний оказывается возможным построение диаграммы Кулона-Мора и определение параметров  $\varphi$  и  $c$  для образца, характеризуемого типовой структурой.

По результатам многочисленных расчетов, выполненных А.В. Конвизом, определяющее влияние на результат имеют характеристики механических свойств включений и заполнителя и их объемное содержание. Относительное расположение, размеры и форма материала включений имеют существенно меньшее значение. Здесь необходимо отметить, что данные выводы отчасти обусловлены несовершенством комплексов конечно-элементного моделирования того времени. Кроме того, учет полного слипания приводит к осреднению свойств и ограничению возможностей учета влияния таких факторов, как расположение в объеме и форма включений.

### **1.3. Применение неоднородных грунтов в качестве оснований и материалов для грунтовых сооружений**

Действующий в настоящее время СП 22.13330.2011 «Основания зданий и сооружений», являющийся актуализированной редакцией СНиП 2.02.01-83\* содержит рекомендации по расчету оснований, сложенных неоднородными грунтами.

В таблице 5.4., содержащей коэффициенты условий работы, крупнообломочные грунты с песчаным заполнителем приравниваются к средним и крупным пескам, то есть крупнообломочные включения

фактически исключаются из расчета. В п.5.6.13 дается следующее разъяснение:

*П.5.6.13 «Расчетное сопротивление  $R$  основания, сложенного крупнообломочными грунтами, вычисляются по формуле (5.7) на основе результатов непосредственных определений прочностных характеристик грунтов.*

*Если содержание заполнителя превышает 40 %, значение  $R$  для крупнообломочных грунтов допускается определять по характеристикам заполнителя.»*

Таким образом, при определении расчетного сопротивления неоднородного основания требуется проводить непосредственные испытания неоднородного грунта, что при большом размере включений может потребовать применения специального оборудования для образцов большого размера. Установленная граница содержания заполнителя в 40% фактически приводит к тому, что расчетное сопротивление любого неоднородного грунта будет определяться по параметрам заполнителя.

Большой опыт проектирования сооружений из искусственных смесей грунта накоплен в области гидротехнического строительства. В качестве примера можно привести каменно-земляную плотину с наклонным ядром Рогунской ГЭС на р. Вахш высотой 335м. При проектировании Рогунской плотины был использован опыт проектирования и строительства Нурекской плотины. Ядро Рогунской плотины запроектировано из обогащенной щебенисто-суглинистой смеси, переходные зоны-фильтры и упорные призмы из галечников, погруженных каменной наброской. Поперечный разрез плотины представлен на рисунке 1.8.

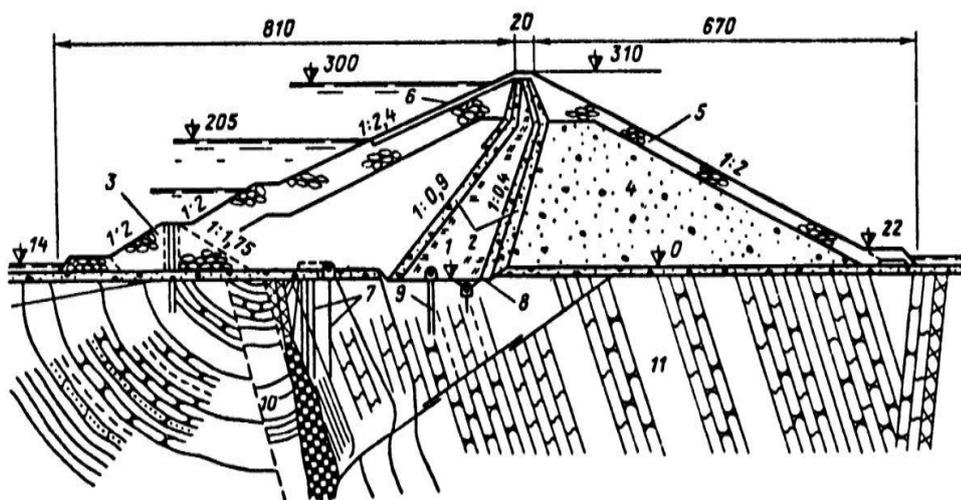


Рисунок 1.8. Поперечный разрез Рогунской плотины (проект).

Реализация подобных проектов потребовала разработки и внедрения методов определения прочностных и деформационных характеристик неоднородных грунтов в приборах большого размера. В лаборатории НИИ «Гидропроект» для подобных испытаний применялись камеры трехосного сжатия диаметром до 300мм, в частности прибор ПТС-300. К данной установке были выпущены рекомендации [Кириллов, Чумичев, 1981], содержащие указания по методике экспериментальных исследований и построению паспорта прочности крупнообломочных неоднородных грунтов.

Таким образом, в области гидротехнического строительства расчет сооружений из неоднородных грунтов традиционно проводится на основании экспериментальных данных, полученных с учетом фактического состава неоднородного грунта в приборах большого размера.

#### **1.4. Выводы по главе**

На основании рассмотрения вышеизложенных экспериментальных и теоретических результатов исследования микроструктуры грунта как гетерогенной среды были сделаны следующие выводы и определены цель и задачи настоящей диссертационной работы:

Действующие нормативные документы не позволяют классифицировать и в достаточной степени учитывать свойства неоднородных грунтов;

Свойства неоднородного грунта зависят от объемной доли включений, соотношения размеров частиц включений и вмещающей породы, соотношения их деформационных характеристик, степени окатанности поверхности включений, характера контакта между частицами и включениями;

Механизм контакта между частицами меняется в зависимости от шероховатости поверхности и плотности упаковки;

Механизм контакта влияет на выбор параметров при математическом моделировании контактных задач;

Образование цепочек частиц приводит к возможности лавинообразного обрушения при потере устойчивости. На устойчивость цепочек влияет количество контактов между частицами и степень окатанности частиц;

Определение механических характеристик неоднородных грунтов возможно только в нестандартных приборах, позволяющих испытывать образцы большого размера;

Использование эквивалентных прочностных и деформационных характеристик для неоднородных грунтов позволяет получать адекватные результаты при решении задач аналитическими методами;

Косвенные данные о шероховатости и окатанности частиц различных грунтов могут быть получены из рассмотрения их морфологического и минералогического состава;

В связи с этим актуальной является проблема разработки методики определения эквивалентных характеристик неоднородных грунтов с целью точного прогнозирования их свойств при проектировании искусственных оснований и грунтовых сооружений. Общим результатом этих исследований может стать существенное уточнение теорий деформируемости и прочности различных видов грунтов, что позволит обеспечить более точное совпадение с экспериментом, а так же даст возможность решения инженерных задач, в настоящее время не имеющих решения вовсе, либо опирающихся на эмпирические данные.

Целью настоящей работы является:

Целью настоящей работы является изучение и совершенствование существующих методов количественной оценки эквивалентных характеристик механических свойств грунтов с существенной неоднородностью строения, структуры и гранулометрического состава, и на их основе количественная оценка НДС оснований фундаментов и грунтовых сооружений из неоднородных грунтов аналитическими и численными методами.

Для достижения поставленной цели требуется:

1. Составить обзор и анализ имеющихся исследований механических свойств грунтов неоднородного гранулометрического состава, в том числе с позиции дискретной механики грунтов;
2. Рассмотреть факторы взаимодействия между отдельными составляющими грунта, в том числе влияющие на эквивалентные характеристики неоднородного грунта в целом;

3. Описать особенности строения различных разновидностей песчаных и пылевато-глинистых грунтов неоднородного строения, на основании чего предложена методика построения их математических моделей;

4. Выполнить математическое моделирование стандартных испытаний образцов грунта с существенной неоднородностью гранулометрического состава;

5. Провести серию запланированных лабораторных испытаний образцов грунта с известным неоднородным гранулометрическим составом для определения их механических свойств и сопоставления с результатами виртуального эксперимента и верификации принятого метода математического моделирования;

6. Разработать методику определения механических характеристик образцов неоднородной структуры по результатам стандартных испытаний и провести сравнение значений с результатами математического моделирования;

7. Разработать рекомендации по определению оптимального гранулометрического состава грунта для создания искусственных оснований и грунтовых сооружений;

8. Разработать аналитические методы определения эквивалентных характеристик параметров грунта в целом в зависимости от свойств составных элементов неоднородного грунта и объемного соотношения вмещающего грунта и включений.

## **ГЛАВА 2. АНАЛИТИЧЕСКИЕ И ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОСНОВАНИЙ, СЛОЖЕННЫХ НЕОДНОРОДНЫМИ ГРУНТАМИ**

### **2.1. Общие положения**

Большинство конструкционных материалов представляют собой достаточно однородные среды, в связи с чем к ним успешно применяются решения теории однородной сплошной среды, позволяющие определить компоненты напряженно-деформированного состояния. С появлением композитных материалов возникла необходимость определения их свойств для экономически обоснованного подбора соотношения компонентов. Первым из подобных материалов может считаться железобетон, являющийся композитом цементного камня, заполнителя и армирования. В случае железобетона решение задач оказалось возможным только при введении большого количества допущений: предполагается, что бетон имеет нулевое сопротивление растяжению, поле напряжений в сечении однородное, а армирование не проскальзывает внутри вмещающего материала.

Очевидно, что реальное поведение неоднородного материала, в частности грунта, значительно сложнее. Для анализа свойств оснований, сложенных неоднородными грунтами, необходимо внимательное рассмотрение всех возможных комбинаций различных составляющих (твердых частиц различной жесткости, пор, заполненных жидкостью или газом, а так же характера их контактов). Эта работа носит классификационный характер и позволяет разделить массивы с выраженной неоднородностью на группы с принципиально различающимися свойствами. Зачастую для классификации достаточно набора физических характеристик грунта, а также сведений о гранулометрическом составе.

После описания состава и структуры материала необходимо проанализировать взаимодействие между отдельными компонентами

массива, условия взаимного трения, сцепления и зацепления. Из этих элементов складываются механические свойства композитного материала. В случае, если предполагается дальнейшее математическое моделирование неоднородного грунта, понимание природы механических свойств позволяет выбрать наиболее адекватную математическую модель среды и, как следствие, повысить достоверность расчета.

Третьим важным элементом анализа материалов с существенной неоднородностью является приложение граничных условий в соответствии с предполагаемым инженерным использованием изучаемого материала.

## **2.2. Аналитические решения задач о напряженно-деформированном состоянии в неоднородном грунте**

В связи с тем, что современная механика грунтов опирается на теоретические основы механики сплошной деформируемой среды и рассматривает грунт как однородную изотропную среду, то для грунтовой среды будут справедливы распределения напряжений, полученные согласно решениям аналогичных задач о пластине, ослабленной отверстием. При этом особенности строения грунтовой среды накладывают некоторые ограничения, а именно:

- включения могут представлять собой только эллипсоиды с различными соотношениями полуосей  $a$  и  $b$ , включая частные случаи (окружность –  $a=b$ , безразмерную трещину –  $a \gg b$ ) и не могут иметь угловых точек;

- наиболее вероятно расположение полуосей эллипсоидов параллельно осям главных напряжений, в соответствии с генезисом грунта;

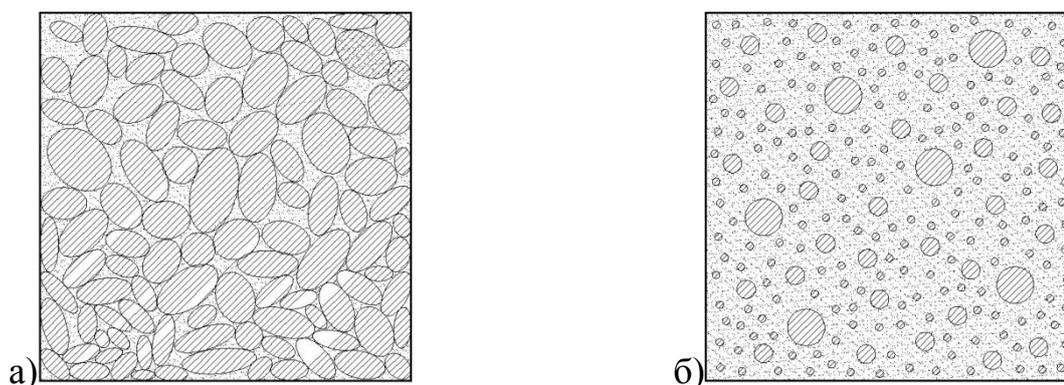
- контакт между жестким включением и вмещающей средой обладает коэффициентом трения, меньшим единицы, что делает возможным смещение и поворот.

Так как в случае грунтовой среды значительно больший практический интерес представляет поле деформаций, то для перехода от напряжений к деформациям необходимы значения деформационных характеристик каждой составляющей сложного массива.

Другой путь, позволяющий определить поле деформаций сложного массива (компози́та) предложен в работе Р.М. Кристенсена [Кристенсен, 1982]. Автор использует энергетическую теорию деформирования, предполагая, что общая энергия деформирования массива будет разделена на деформирование вмещающей среды и включений. К сожалению, в связи с тем, что в работе рассматриваются композитные материалы предполагается, что все включения жестко связаны с вмещающей средой. Тем не менее, предложенный автором подход позволяет учесть и трение, так как энергия, затрачиваемая на взаимное трение включения и вмещающей среды может быть определена.

### **2.2.1 Количественная оценка эквивалентных характеристик неоднородных грунтов**

Количественная оценка эквивалентных характеристик неоднородных грунтов на основе теории линейно-деформируемых сред возможна при определенных допущениях и предположениях и при определенных структурах типа представленных на рисунке 1.



*Рис.2.1. Схематическое представление структуры неоднородных грунтов, а) - крупнообломочный грунт с мелкозернистым заполнителем; б) -*

*мелкозернистый грунт с отдельными включениями крупных фракций (более 2мм)*

Очевидно, что взаимодействие между крупными и мелкими фракциями в представленных на рис. 1а и б структурах существенно отличаются при воздействии на них внешней нагрузки и, следовательно, по-разному они сопротивляются объемным изменениям и формоизменениям.

Рассмотрим структуру неоднородного грунта типа 1а.

Обозначим модуль объемной и сдвиговой деформаций скелета из крупнообломочного грунта через  $K_1$  и  $G_2$ , заполнителя через  $K_2$  и  $G_2$ , эквивалентного гомогенного грунта (в целом) через  $K$  и  $G$ . Среднее напряжение ( $\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ ), действующее на эквивалентный гомогенный грунт представим как сумму средних значений на скелет  $\bar{\sigma}_1$  и на заполнитель  $\bar{\sigma}_2$ , то есть  $\sigma = \bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2$ . Объемные деформации грунта в целом  $\varepsilon$ , скелета грунта  $\varepsilon_1$  и заполнителя  $\varepsilon_2$  связаны между собой известной зависимостью вида  $\varepsilon = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \cdot n_1$ , где  $n_1$  - пористость скелета грунта. Учитывая, что объемные деформации каждого из составляющих элементов определяются зависимостью вида  $\varepsilon = \sigma/K$ , а также исходные уравнения получаем

$$K = K_1 + K_2/n_1 \quad (2.1)$$

причем  $\bar{\sigma}_1 = \sigma K_1/K$ ;  $\bar{\sigma}_2 = \sigma K_2/K n_1$

Очевидно, что при  $K_2 \rightarrow 0 K = K_1$ , что соответствует случаю модуля деформации крупнообломочного грунта без заполнителя. Для оценки влияния заполнителя пор можно принять, например,  $K_1 = K_2$ ,  $n_1 = 0,5$ , т.е. получим  $K = 3K_1$ , что существенно.

Для определения эквивалентного модуля сдвига воспользуемся условием равенства угловых деформаций, т.е.  $\gamma = \gamma_1 = \gamma_2$ , а также условием равенства  $\tau = \bar{\tau}_1 + \bar{\tau}_2$ . На основании этих и известной зависимости  $\gamma = \tau/G$  можно показать, что:

$$G = G_1 + n_1 G_2 \quad (2.2)$$

причем  $\bar{\tau}_1 = \tau_1$ ,  $\bar{\tau}_2 = \tau \frac{G_2}{G}$ .

Очевидно, что при  $G_2 \rightarrow 0$ ,  $G = G_1$ ,  $\tau \rightarrow 0$ , что соответствует случаю заполнения пор водой.

Воспользовавшись известными выражениями вида  $E = G/2(1 + \vartheta)$  и  $E = K/(1 - 2\vartheta)$  можно через  $K$  и  $G$  определить эквивалентные модули деформации неоднородного грунта.

Рассмотрим структуру неоднородного грунта типа 1б.

В этом случае вмещающим является мелкозернистый песок или глинистый грунт с характерными  $K_1$  и  $G_1$  и занимающий объем  $(1 - m_2)$ , где  $m_2$  - объем отдельных крупных включений в единице объема грунта. Объемная деформация грунта в целом будет равна сумме объемных деформаций составных частей, т.е.  $\varepsilon = \varepsilon_1(1 - m_2) + \varepsilon_2 \cdot m_2$ . Полагая, что  $\sigma = \bar{\sigma}_1$ ,  $\bar{\sigma}_2 = \alpha\sigma$ , где  $\alpha$  - коэффициент концентрации (деконцентрации) среднего напряжения вокруг включений и полагая, как и прежде  $\varepsilon = \sigma/K$  получаем:

$$K = \frac{K_1 \cdot K_2}{\alpha K_1 \cdot m_2 + K_1 \cdot m_2} \quad (2.3)$$

причем при  $K_2 \rightarrow \infty$   $K \rightarrow K_1/(1 - m_2)$ .

В случае  $m_2 = 0,3$   $K = K_1$ .

Модуль линейной деформации  $E$  в этом случае принимает вид:

$$E = E_1 \frac{1-2\nu}{(1-m_2)(1-2\nu_1)} \quad (2.4)$$

### **2.2.2 Количественная оценка концентрации напряжений вокруг крупных включений или пустот**

Известно, что твердые включения, пустоты и локальные дефекты в структуре однородного материала вызывают концентрацию напряжений в однородном поле напряжений, созданном внешним воздействием. Решения таких задач наиболее часто встречаются при количественной оценке НДС сложных конструкций, деталей машин и оборудования на основе теории упругости и упругопластичности [Космодамианский, 1975].

В качестве предела прочности в таких задачах принимается условие постоянства максимальных касательных напряжений Треска-Сен-Венана или условие постоянства интенсивности касательных напряжений Мизеса, которые не учитывают внутреннее Кулоновское трение. В эквивалентных ниже задачах в качестве расчетного будем рассматривать предельное состояние по теории Кулона-Мора, которое в условиях трехосного осесимметричного напряженного состояния записывается в виде:

$$\sin\varphi = \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{\sigma_\theta + \sigma_r + 2c \cdot \operatorname{ctg}\varphi} \quad (2.5)$$

где  $\sigma_r$  и  $\sigma_\theta$  максимальное и минимальное напряжения, соответственно.

Это условие позволяет оценить начальную критическую нагрузку на контактной поверхности твердых включений или на контуре пустот круглой формы при известных решениях таких задач в упругой постановке аналогично тому, что использовалось Пузыревским при определении начальной критической нагрузки [Пузыревский, 1934].

При этом распределение напряжений вокруг включений различной жесткости описано в решении задач о нарушении сплошности, таких как задача Кирша и задача Ляме [Kirsch, 1898, Безухов, 1966]. Из этих решений могут быть получены значения компонент напряжений в любой точке массива и, в частности, на краю отверстия.

Рассмотрим некоторые задачи по определению начальной критической нагрузки, приложенной к однородному телу на основе имеющихся решений соответствующей краевой задачи теории упругости.

Двухосное сжатие квадратной пластины с круглым включением в центре вызывает концентрацию тангенциального напряжения на контуре отверстия, определяемую выражением вида:

$$\sigma_{\theta} = 2p \quad (2.6)$$

В этом случае  $p^*$  определяется аналогично (4.6):

Аналогичное решение может быть получено на основании задачи Кирша.

Для различных граничных условий можно рассмотреть условие предельного равновесия в точке (2.5). Так как для отверстия  $\sigma_r = 0$ , то

$$\sin\varphi = \frac{\sigma_{\theta}}{\sigma_{\theta} + 2c \cdot \operatorname{ctg}\varphi} \quad (2.7)$$

После преобразования получаем:

$$\boxed{\sigma_{\theta} = 2c \frac{\cos\varphi}{1 - \sin\varphi}} \quad (2.8)$$

Из анализа данного выражения следует, что равновесие точки на границе отверстия в грунтовой среде будет зависеть исключительно от величины кольцевого напряжения. Начальная критическая нагрузка, при которой достигается предельное состояние на границе отверстия для случая чистого сдвига будет вдвое меньше, чем для всестороннего сжатия. Использование решения Кирша совместно с представленной формулой позволяет определять начальную критическую нагрузку при различных граничных условиях.

Из формулы так же следует, что при отсутствии сцепления кольцевое напряжение так же обращается в 0, что соответствует физическому смыслу

выражения, так как в несвязных грунтах существование пор, размеры которых много больше размеров частиц невозможно.

Всестороннее осесимметричное сжатие круглой пластины с круглым отверстием в центре диаметром  $2a$  вызывает тангенциальное напряжение сжатия на контуре отверстия, определяемое выражением вида (2.9):

$$\sigma_{\theta} = 2p \quad (2.9)$$

Учитывая, что на контуре отверстия радиальные напряжения  $\sigma_{\rho} = 0$ , а продольное напряжение  $\sigma_z = \nu(\sigma_{\rho} + \sigma_{\omega})$ , можем определить критическое значение  $p = p^*$ , при котором на контуре отверстия начинает образовываться кольцевая зона пластического течения. Подставляя (4.5) в (4.4)) и принимая  $\sigma_{\rho} = 0$  получаем:

$$p_{\text{ц}}^* = c \frac{\cos\varphi}{1 - \sin\varphi} \quad (2.10)$$

Всестороннее сжатие пространства вокруг полости в форме шара диаметром  $2a$  вызывает тангенциальное напряжение сжатия на поверхности шаровой полости, определяемое выражением вида

$$\sigma_{\theta} = 1,5p \quad (2.11)$$

при этом очевидно, что  $\sigma_{\rho} = 0$ .

В этом случае критическое значение  $p$  определяется на основе (4.4) выражением вида

$$p_{\text{ш}}^* = \frac{4c \cos\varphi}{3(1 - \sin\varphi)} \quad (2.12)$$

Сравнивая (4.6) и (4.8) следует отметить, что для разрушения стен шарообразной полости потребуется в 1,33 раза большее напряжение, чем для разрушения стен отверстия круглой формы (плоская задача), т.е. имеем:

$$p_{\text{ш}}^* = 1,33p_{\text{ц}}^* \quad (2.13)$$

Дальнейшим развитием задач о пластинке, ослабленной отверстием, являются задачи об упругом ядре, впаяном в отверстие или отверстию, усиленном шайбой. В литературе подобные задачи решаются методами последовательных приближений и не могут применяться к задачам, относящимся к грунтовой среде.

Однако в случае, если жесткость включения много больше жесткости вмещающей среды она может быть заменена дополнительным граничным условием на ограничение перемещений по направлению к центру отверстия, то есть нормальные напряжения в радиальном направлении на краю отверстия будут равны  $-p$ . Касательные напряжения на краю отверстия по-прежнему останутся нулевыми. В этом случае при определении постоянных интегрирования получим:

$$2A + \frac{6C}{b^4} + \frac{4D}{b^2} = -\frac{p}{2}; \quad 2A + \frac{6C}{a^4} + \frac{4D}{a^2} = -p \quad (2.14)$$

$$2A + 6Bb^2 - \frac{6C}{b^4} - \frac{2D}{b^2} = -\frac{p}{2}; \quad 2A + 6Bb^2 - \frac{6C}{a^4} - \frac{2D}{a^2} = 0$$

следовательно

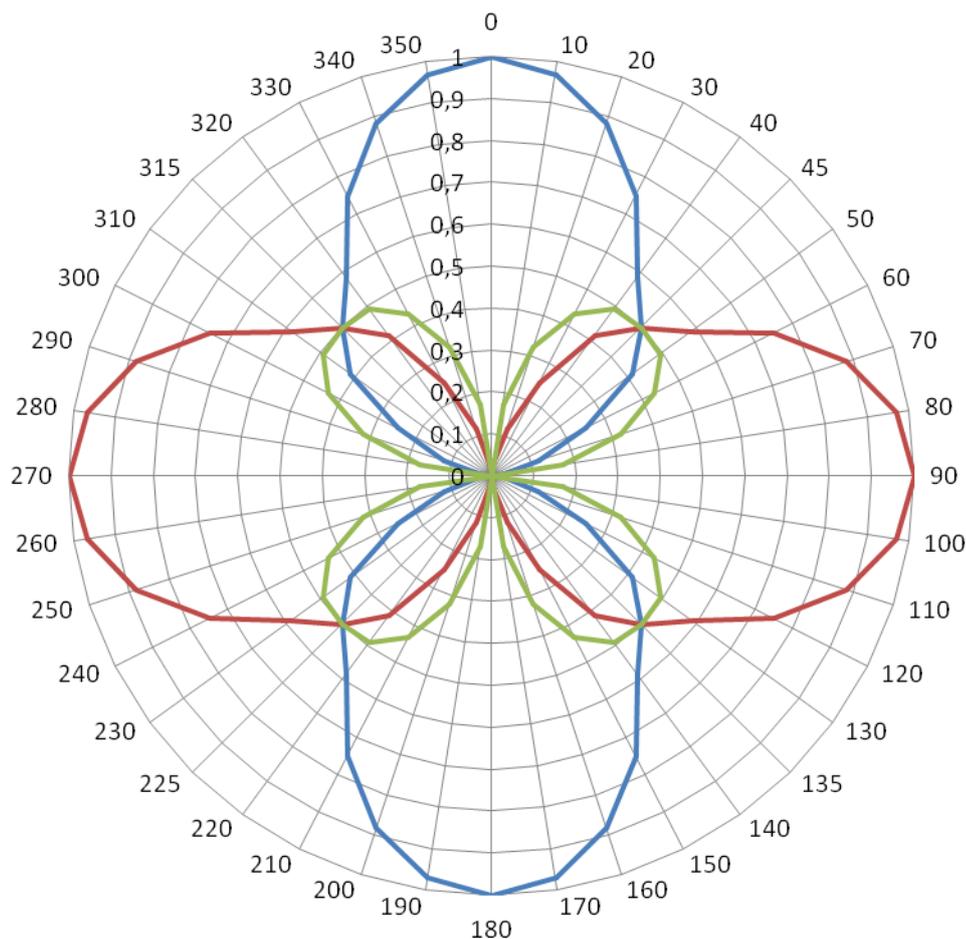
$$A = -\frac{p}{4}, \quad B = 0, \quad C = -\frac{Pa^4}{12}, \quad D = 0 \quad (2.15)$$

Система уравнений в этом случае принимает вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\rho &= \frac{p}{2} \left(1 - \frac{a^2}{\rho^2}\right) + \frac{p}{2} \left(1 + \frac{a^4}{\rho^4}\right) \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= \frac{p}{2} \left(1 + \frac{a^2}{\rho^2}\right) - \frac{p}{2} \left(1 + \frac{a^4}{\rho^4}\right) \cos 2\theta \\ \tau_{\rho\theta} &= -\frac{p}{2} \left(1 - \frac{a^4}{\rho^4}\right) \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

Полученная система уравнений позволяет определить компоненты напряжений для абсолютно жесткого отверстия или недеформируемой частицы. На рисунке 2.2 представлена диаграмма распределения радиальных, тангенциальных и касательных напряжений, полученных с помощью

представленной системы для единичного действующего давления в случае одноосного сжатия.



*Рис. 2.2. Диаграмма распределения нормальных (синий), тангенциальных (красный) и касательных (зеленый) напряжений на краю жесткого отверстия*

В случае, если на контакте вмещающей среды и отверстия будет действовать сила трения, касательные напряжения перестанут иметь нулевое значение. Величина силы трения на элементарной площадке контакта включения и вмещающей среды может быть определена с помощью закона Кулона:

$$\tau^* = \sigma_p \cdot \operatorname{tg} \varphi + c \quad (2.17)$$

Приравнивая выражение для касательных напряжений на контакте ( $\rho = a$ ) к предельному касательному напряжению получаем:

$$\frac{p^*}{2} \sin 2\theta = \sigma_p \cdot \operatorname{tg} \varphi + c \quad (2.18)$$

С помощью данного выражения может быть определено предельное состояние на контакте частицы с вмещающей средой в зависимости от прочностных характеристик грунта и действующих напряжений.

При подстановке выражения для определения радиального напряжения получим:

$$\frac{p^*}{2} \sin 2\theta = \left( \frac{p^*}{2} + \frac{p^*}{2} \cos 2\theta \right) \cdot \operatorname{tg} \varphi + c \quad (2.19)$$

После преобразования:

$$p^* = \frac{2c}{\sin 2\theta + (1 + \cos 2\theta) \operatorname{tg} \varphi} \quad (2.20)$$

Таким образом, в случае, если приложенное напряжение превышает предельное значение, определенное по формуле [2.31], то на поверхности частицы возникает проскальзывание.

В то же время возможен переход в предельное состояние грунта в точке на контакте, для которой может быть записано условие предельного равновесия:

$$\sin \varphi = \frac{\left( \frac{p}{2} + \frac{p}{2} \cos 2\theta \right) - \left( \frac{p}{2} - \frac{p}{2} \cos 2\theta \right)}{\left( \frac{p}{2} + \frac{p}{2} \cos 2\theta \right) + \left( \frac{p}{2} - \frac{p}{2} \cos 2\theta \right) + 2c \cdot \operatorname{ctg} \varphi} \quad (2.21)$$

После преобразования получим

$$\sin \varphi = \frac{p \cdot \cos 2\theta}{p + 2c \cdot \operatorname{ctg} \varphi} \quad (2.22)$$

Отсюда может быть выражено значение  $p$

$$p = \frac{2c \cdot \cos \varphi}{\cos 2\theta - \sin \varphi} \quad (2.23)$$

С помощью полученных формул может быть определено возникновение предельного состояния на контакте включения и вмещающего связного грунта.

### Задачи о включении конечной жесткости

На основании задачи Ляме может быть рассмотрено всестороннее сжатие круглого диска с жестким цилиндрическим включением в центре, вызывающим концентрацию радиальных сжимающих напряжений на контактной поверхности  $\sigma_\rho = \sigma \cdot \alpha$ , где  $\alpha$  - коэффициент концентрации, определяемый с учетом взаимодействия двух цилиндров.

Используем выражение для радиальных и тангенциальных напряжений в виде:

$$\begin{cases} \sigma_\theta = \frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} + \frac{(P_a - P_b) a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} \\ \sigma_\rho = \frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} - \frac{(P_a - P_b) a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} \end{cases} \quad (2.24)$$

С другой стороны, при всестороннем сжатии включения компоненты напряжений принимают вид:

$$\begin{cases} \sigma_\theta = -P_a \\ \sigma_\rho = -P_a \end{cases} \quad (2.25)$$

Пусть  $E_1, \nu_1$  - деформационные характеристики включения, а  $E_2, \nu_2$  - деформационные характеристики вмещающей среды. В соответствии с законом Гука перемещения будут равны:

$$U = \varepsilon_\theta r = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu(\sigma_\rho + \sigma_z)) r \quad (2.26)$$

Принимая, что  $\varepsilon_z = 0$ , получаем:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_\theta + \sigma_\rho)] = 0$$

$$\sigma_z = \nu(\sigma_\theta + \sigma_\rho) \quad (2.27)$$

С учетом полученного выражения, перемещения примут вид:

$$U = \frac{1}{E} (\sigma_\theta (1 - \nu^2) - \sigma_\rho (\nu + \nu^2)) r \quad (2.28)$$

Подставляя в это выражение полученные значения напряжений получим для включения:

$$U_{a1} = \frac{1}{E_1} \left( -P_a(1 - \nu_1^2) + P_a(\nu_1 + \nu_1^2) \right) r \quad (2.29)$$

$$U_{a1} = \frac{-P_a}{E_1} (1 - \nu_1 - 2\nu_1^2) r$$

А для вмещающей среды:

$$U_{a2} = \frac{1}{E_2} \left( \left( \frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} + \frac{(P_a - P_b) a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} \right) (1 - \nu_1^2) - \frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} - \frac{(P_a - P_b) a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} (\nu_1 + \nu_1^2) \right) r$$

$$U_{a2} = \frac{1}{E_2} \left( \frac{P_a a^2 - P_b b^2}{b^2 - a^2} (1 - \nu_2) + \frac{(P_a - P_b) a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2} (1 + \nu_2) \right) r \quad (2.30)$$

В случае, если  $r = a$ , то есть на контакте с включением для вмещающей среды получим:

$$U_{a2} = \frac{(P_a a^2 - P_b b^2)(1 - \nu_2) + (P_a - P_b) a^2 b^2 (1 + \nu_2)}{E_2 (b^2 - a^2)} r \quad (2.31)$$

Используя принцип равенства перемещений принимаем:

$$U_{a1} = U_{a2} \quad (2.32)$$

Тогда:

$$\frac{-P_a}{E_1} (1 - \nu_1 - 2\nu_1^2) r = \frac{(P_a a^2 - P_b b^2)(1 - \nu_2) + (P_a - P_b) a^2 b^2 (1 + \nu_2)}{E_2 (b^2 - a^2)} r$$

$$P_a = \frac{-2P_b b^2}{\frac{E_2}{E_1} (1 - \nu_1 - 2\nu_1^2) (b^2 - a^2) - a^2 (1 - \nu_2) + b^2 (1 + \nu_2)} \quad (2.33)$$

В случае абсолютно жесткого включения, то есть при  $E_1 \rightarrow \infty$ :

$$P_a = -\frac{2P_b}{1 + \nu_2} \quad (2.34)$$

В случае отверстия, то есть при  $E_1 = 0$  все выражение также обращается в ноль, что соответствует физическому смыслу задачи.

Подставляя полученное значение  $P_a$  в исходные уравнения для напряжений после преобразования получаем:

$$\begin{cases} \sigma_\theta = -P_b \left( \frac{2a^2 b^2 (r^2 + b^2)}{r^2 (b^2 - a^2) \left( \frac{E_2}{E_1} (1 - \nu_1 - \nu_1^2) (b^2 - a^2) - a^2 (1 - \nu_2) + b^2 (1 + \nu_2) \right)} + \frac{b^2 (r^2 + a^2)}{(b^2 - a^2) r^2} \right) \\ \sigma_\rho = -P_b \left( \frac{2a^2 b^2 (r^2 - b^2)}{r^2 (b^2 - a^2) \left( \frac{E_2}{E_1} (1 - \nu_1 - \nu_1^2) (b^2 - a^2) - a^2 (1 - \nu_2) + b^2 (1 + \nu_2) \right)} - \frac{b^2 (r^2 - a^2)}{(b^2 - a^2) r^2} \right) \end{cases} \quad (2.35)$$

Используя уже имеющееся решение для всестороннего сжатия включения, можем получить значения напряжений во включении от нагрузки, действующей на внешнем краю вмещающей среды:

$$\sigma_\theta = \sigma_\rho = \frac{2P_b}{1 + \nu_2} \quad (2.36)$$

С использованием условия предельного равновесия может быть получено значение внешней нагрузки  $P_b$ , при котором происходит переход в предельное состояние грунта в точке на контакте с включением:

$$P_b = \frac{-2c \cdot \operatorname{ctg} \varphi}{\left( \frac{4a^2 b^2 (r^2 + b^2)}{r^2 (b^2 - a^2) \left( \frac{E_2}{E_1} (1 - \nu_1 - \nu_1^2) (b^2 - a^2) - a^2 (1 - \nu_2) + b^2 (1 + \nu_2) \right)} \right) - \frac{2b^2 (r^2 + a^2)}{(b^2 - a^2) r^2 \sin \varphi}} \quad (2.37)$$

Аналогично может быть получено решение для шара с использованием следующего решения:

$$\begin{cases} \sigma_\theta = P_a \frac{a^3 (2r^3 + b^3)}{2r^3 (b^3 - a^3)} - P_b \frac{b^3 (2r^3 + a^3)}{2r^3 (b^3 - a^3)} \\ \sigma_\rho = P_a \frac{a^3 (2r^3 + b^3)}{r^3 (b^3 - a^3)} + P_b \frac{b^3 (a^3 - r^3)}{r^3 (b^3 - a^3)} \end{cases} \quad (2.38)$$

Пусть  $E_1, \nu_1$  – деформационные характеристики включения, а  $E_2, \nu_2$  – деформационные характеристики вмещающей среды. В соответствии с законом Гука для объемной задачи перемещения будут равны:

$$U = \varepsilon_\theta r = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu(\sigma_\rho + \sigma_z)) r \quad (2.39)$$

Учитывая, что при всестороннем сжатии  $\sigma_\theta = \sigma_z$ , получим:

$$U = \varepsilon_\theta r = \frac{1}{E} (\sigma_\theta(1 - \nu) - \nu\sigma_\rho) r \quad (2.40)$$

Подставляя в это выражение полученные значения напряжений получим:

$$U_{a1} = \frac{1}{E_1} (-P_a + 2\nu_1 P_a) r \quad (2.41)$$

$$U_{a2} = \frac{1}{E_2} \left( \left( P_a \frac{a^3(2r^3 + b^3)}{2r^3(b^3 - a^3)} - P_b \frac{b^3(2r^3 + a^3)}{2r^3(b^3 - a^3)} \right) (1 - \nu) - \nu \left( P_a \frac{a^3(2r^3 + b^3)}{r^3(b^3 - a^3)} + P_b \frac{b^3(a^3 - r^3)}{r^3(b^3 - a^3)} \right) \right) r$$

$$U_{a2} = \frac{1}{E_2} \left( \frac{P_a a^3(2r^3 + b^3)(1 - 3\nu_2) - P_b b^3(2r^3 + a^3 - 3a^3 \nu_2)}{2r^3(b^3 - a^3)} \right) r \quad (2.42)$$

Используя принцип равенства перемещений приравняем оба выражения:

$$\frac{1}{E_1} (-P_a + 2\nu_1 P_a) r = \frac{1}{E_2} \left( \frac{P_a a^3(2r^3 + b^3 - 6r^3 \nu_2 - 3b^3 \nu_2) - P_b b^3(2r^3 + a^3 - 3a^3 \nu_2)}{2r^3(b^3 - a^3)} \right) r$$

$$P_a = \frac{P_b b^3(2r^3 + a^3 - 3a^3 \nu_2)}{\frac{E_2}{E_1} 2r^3(1 - 2\nu_1)(b^3 - a^3) + a^3(2r^3 + b^3)(1 - 3\nu_2)}$$

(2.43)

Подставляя полученное значение  $P_a$  в исходные уравнения для напряжений после преобразования получаем:

$$\begin{cases} \sigma_{\theta} = \frac{P_b b^3}{2r^3(b^3 - a^3)} \left( \frac{a^3(2r^3 + b^3)(2r^3 + a^3 - 3a^3\nu_2)}{\frac{E_2}{E_1} 2r^3(1-2\nu_1)(b^3 - a^3) + a^3(2r^3 + b^3)(1-3\nu_2)} - (2r^3 + a^3) \right) \\ \sigma_{\rho} = \frac{P_b b^3}{r^3(b^3 - a^3)} \left( \frac{a^3(2r^3 + b^3)(2r^3 + a^3 - 3a^3\nu_2)}{\frac{E_2}{E_1} 2r^3(1-2\nu_1)(b^3 - a^3) + a^3(2r^3 + b^3)(1-3\nu_2)} + (2r^3 + a^3) \right) \end{cases} \quad (2.44)$$

В случае абсолютно жесткого включения, то есть при  $E_1 \rightarrow \infty$ :

$$P_a = -P_b \frac{3-\nu_2}{3\nu_2-1} \quad (2.45)$$

В случае полости, то есть при  $E_1 = 0$  все выражение также обращается в ноль, что соответствует физическому смыслу задачи.

Используя уже имеющееся решение для всестороннего сжатия включения, можем получить значения напряжений во включении от нагрузки, действующей на внешнем краю вмещающей среды:

$$\sigma_{\theta} = \sigma_{\rho} = P_b \frac{3-\nu_2}{3\nu_2-1} \quad (2.46)$$

С использованием условия предельного равновесия может быть получено значение внешней нагрузки  $P_b$ , при котором происходит переход в предельное состояние грунта в точке на контакте с включением:

$$P_b = \frac{4c \cdot \cos \varphi}{3 - 3 \sin \varphi - \frac{3-\nu_2}{3\nu_2-1} + 3 \sin \varphi \left( \frac{3-\nu_2}{3\nu_2-1} \right)} \quad (2.47)$$

Анализ полученной формулы позволяет построить поверхность, представленную на рисунке 2.3, связывающую между собой отношение сил  $P_a/P_b$ , модулей  $E_1/E_2$ , и коэффициентов Пуассона  $\nu_1/\nu_2$ .

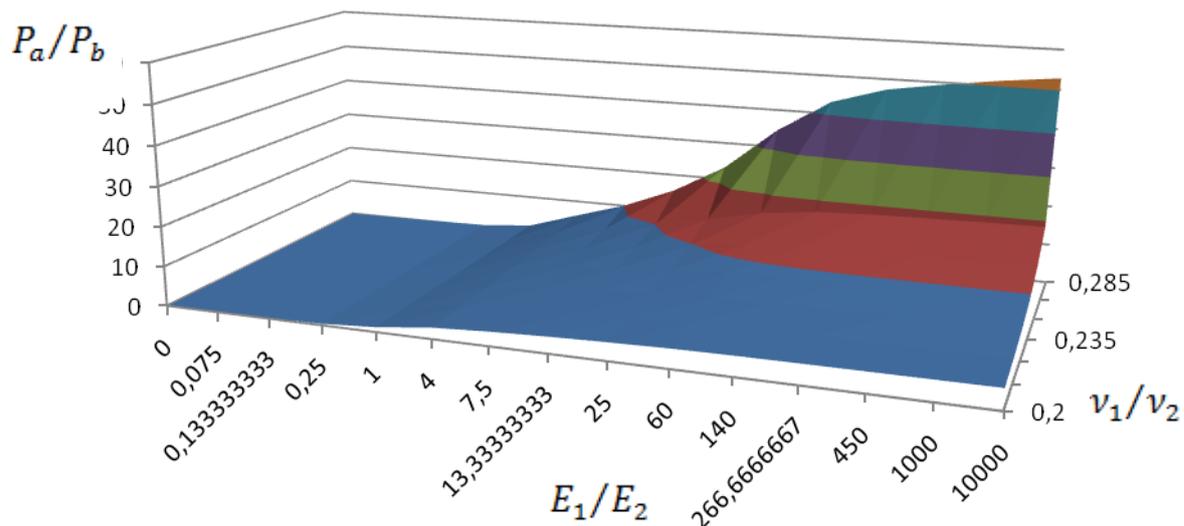


Рис. 2.3. Поверхность отклика уравнения (2.47)

На рисунке 2.5 видно, что по мере снижения коэффициента Пуассона вмещающего грунта концентрация напряжений вокруг жесткого включения составляет до 50 раз. При этом рост жесткости включения также приводит к усилению концентрации.

### **2.3. Основные элементы численного моделирования НДС массивов неоднородного грунта**

Математическое описание поведения гетерогенных сред, особенно в случае случайного распределения компонент различной жесткости, сопряжено с трудностями, вызванными невозможностью параллельного решения большого количества задач. В этом случае необходимость постановки и решения задач, рассматриваемых в данной работе, с применением численных методов очевидна, т.к. МКЭ позволяет смоделировать заданные характеристики отдельных компонент системы и особенности их взаимодействия, а также провести виртуальное испытание при любом напряженно-деформированном состоянии. При этом в качестве расчетной модели грунта можно использовать практически любые нелинейные и реологические определяющие соотношения, а также модель

консолидирующегося грунта. Главное преимущество численного расчета НДС заключается в том, что на выходе мы получаем все компоненты напряжений -  $\sigma_{ij}(x,y,z)$ , компоненты деформаций  $\varepsilon_{ij}(x,y,z)$  и перемещений:  $u(x,y,z)$ ,  $v(x,y,z)$ ,  $w(x,y,z)$ . Эти параметры необходимы для оценки и анализа НДС системы «фундаменты зданий – окружающий массив» на всём диапазоне изменения НДС.

В последние годы инструментом решения прикладных задач в механике грунтов преимущественно являются численные методы расчёта НДС оснований и фундаментов, в том числе метод конечных элементов (МКЭ), метод конечных разностей (МКР) и метод граничных элементов (МГЭ). Эти методы реализуют в интегральной (МГЭ) или дифференциальной (МКЭ) форме основные зависимости механики сплошного деформируемого тела, позволяя построить корректную расчетную математическую модель на основе модели массива неоднородного грунта. Математическое моделирование пришло на смену популярным в 50-60-х годах физическим моделям, реализация которых была связана со значительными трудозатратами. Численное моделирование выгодно отличается в отношении информативности, достоверности и экономичности.

В данной работе был принят МКЭ, так как он позволяет учитывать неоднородность строения элементарного объема, различную жесткость компонент, условия их взаимодействия, нелинейную деформацию грунтов при их взаимодействии с конструкциями фундаментов зданий, подземной и надземной частями здания, а также раскрывает достаточно широкие возможности моделирования работы многокомпонентных сред. Сегодня МКЭ является наиболее широко используемым численным методом, он применяется при решении широкого круга задач механики деформируемого твердого тела, а также успешно применяется и в других отраслях инженерных и фундаментальных наук.

Известно, что при решении задач МКЭ расчётная область рассматривается как совокупность конечного числа элементов. В данной работе для решения плоских задач были использованы четырехугольные элементы с восемью узлами (шестью для вырожденной формы), а для рассмотрения задач в трехмерной постановке – элементы кубической формы с двадцатью узлами (двенадцатью и пятнадцатью для вырожденных форм). Общий вид этих элементов с указанием осей и индексов узлов приведен на рисунке 2.4.

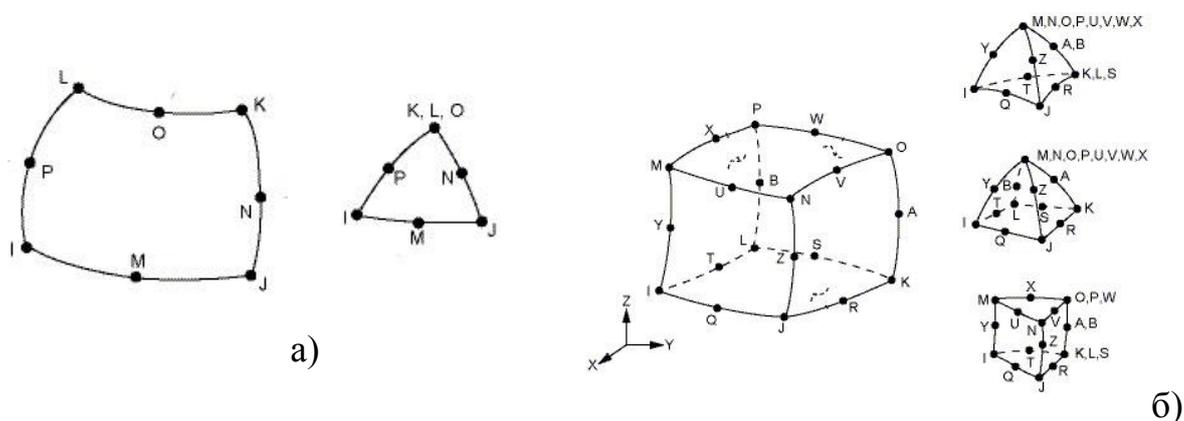


Рис. 2.4. Плоские (а) и объемные (б) элементы

### **2.3.1. Особенности применения программного комплекса ANSYS для численного моделирования НДС неоднородных грунтов**

Для численного моделирования взаимодействия частиц в неоднородном грунте в настоящей работе использовался программный комплекс ANSYS 12.1 Mechanical, ориентированный на решение широкого круга задач прикладной механики. ПК ANSYS 12.1 является универсальным инструментом, однако включенные в него механические модели и средства моделирования контактных задач позволяют успешно рассматривать задачи данной работы. При этом известные программные комплексы, ориентированные на решение сложных задач прикладной геомеханики, такие как Plaxis 2D, Plaxis 3D, Z-SOIL, FLAC и др., реализуют большое количество грунтовых моделей, но при этом не обладают достаточной гибкостью для моделирования микромеханических задач.

Разработчиком данного программного обеспечения является корпорация ANSYS, США. В качестве основных особенностей ПК ANSYS 12.1 Mechanical можно назвать высокий уровень научного подхода и характерную ориентацию этого ПК на решение различного рода исследовательских задач. Это программный продукт, предназначенный для решения широкого круга задач механики, в том числе геотехнических. Основные возможности данного ПК изложены в руководстве пользователя [ANSYS Inc, 2010].

В связи с необходимостью учета трения между включением и стенками поры, аналитическое решение задач чрезмерно усложняется, однако приближенные решения численными методами позволяют сделать вывод об основных закономерностях работы сплошной среды с концентратором напряжений.

Для получения этих зависимостей была рассмотрена серия задач об отверстии в элементарном объеме, при этом ко всем элементам применялась линейно-упругая модель. Для упрощения анализа загрузка проводилась единичной нагрузкой  $p$ , таким образом на изополях представлены коэффициенты увеличения  $p$  в различных точках элементарного объема.

Для установления влияния вида контакта включения с вмещающей средой были рассмотрены задачи с различным коэффициентом трения по поверхности, вплоть до полного слипания. В результате анализа полученных результатов была получена зависимость распределения напряжений вокруг включения при различных коэффициентах трения. Распределение интенсивности напряжений рассмотренных задач представлено на рисунках 2.5-2.7, соответственно, для случаев одноосного сжатия, всестороннего сжатия и чистого сдвига.

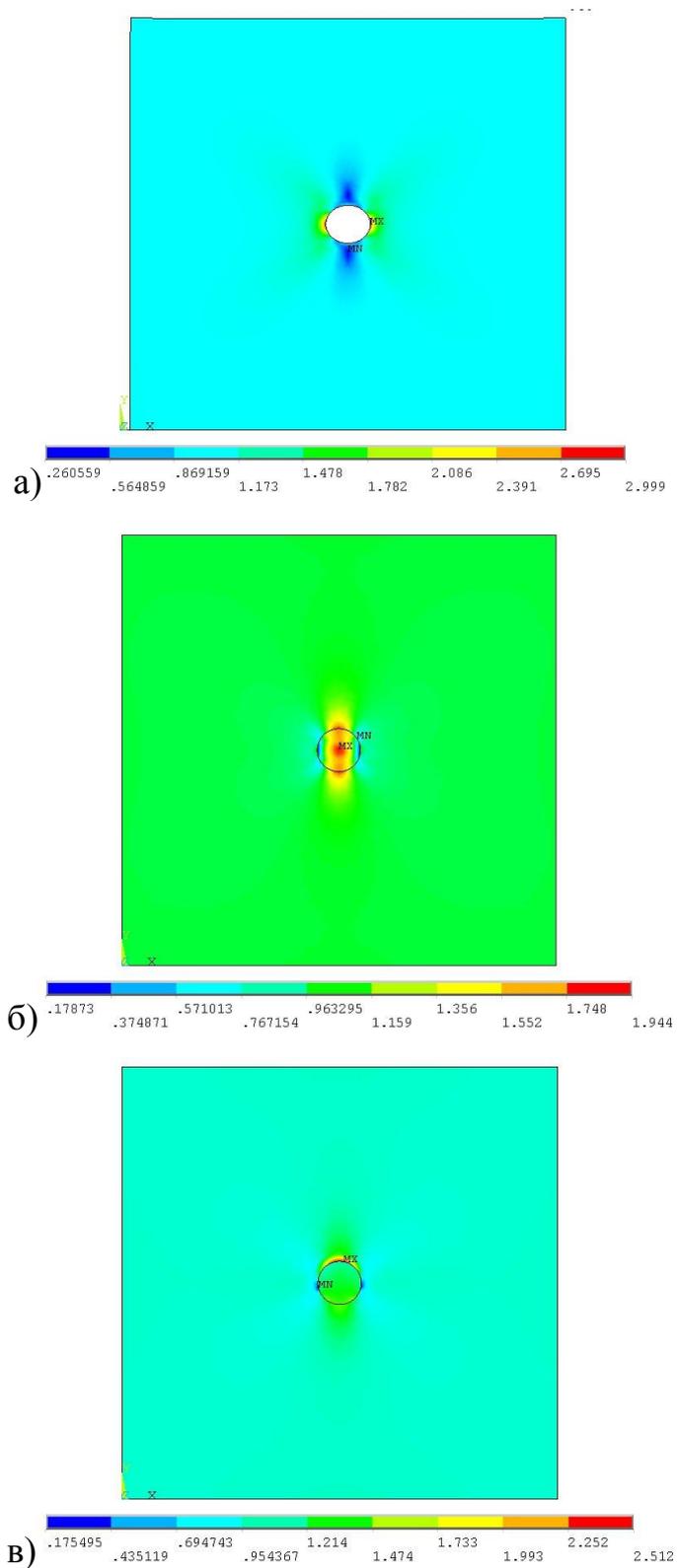


Рис. 2.5. Изополя интенсивности напряжений при одноосном сжатии для пластинки с круглым отверстием (а), жестким включением с трением (б), жестким включением с полным сцеплением (в)

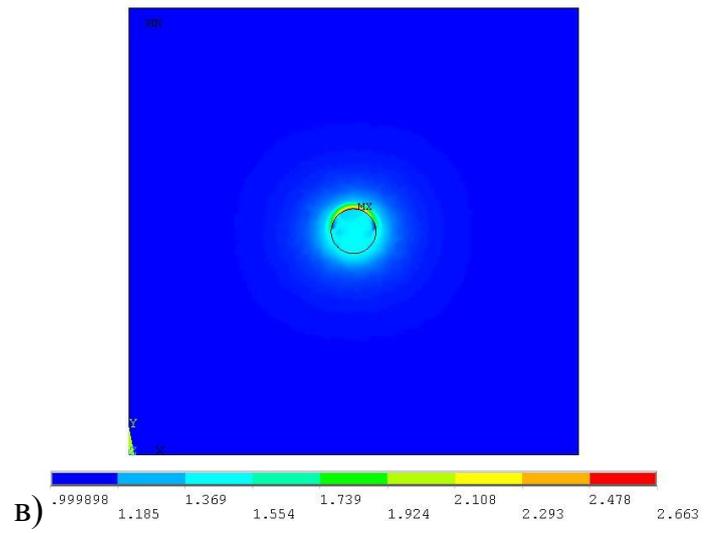
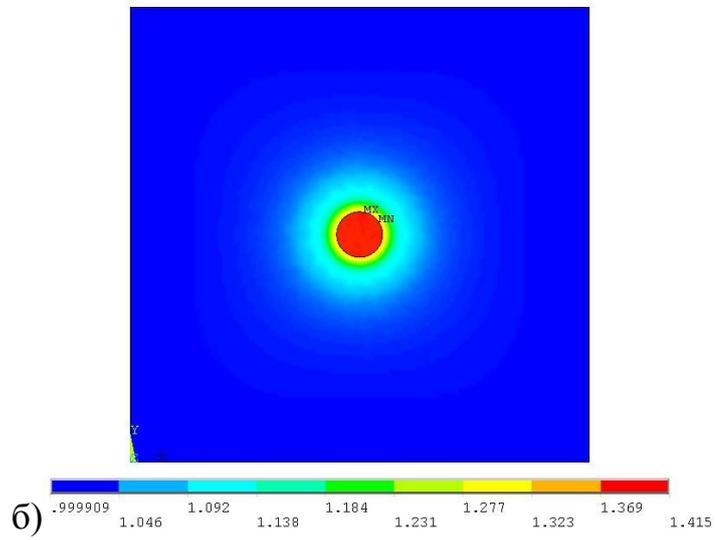
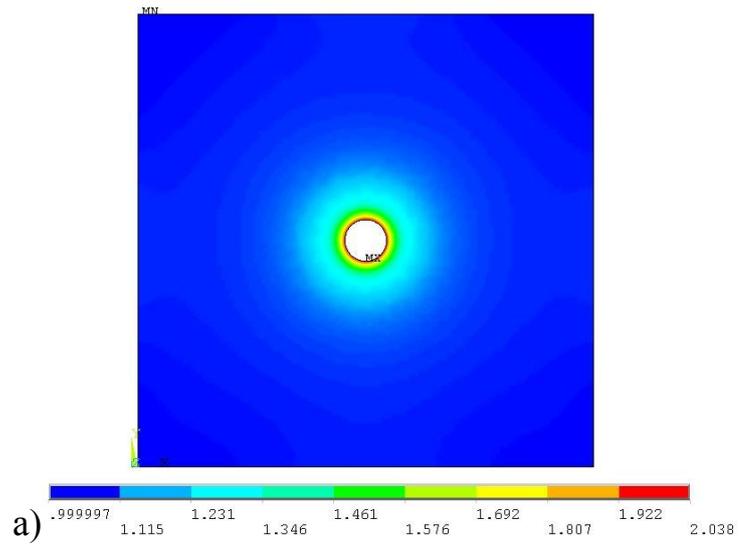
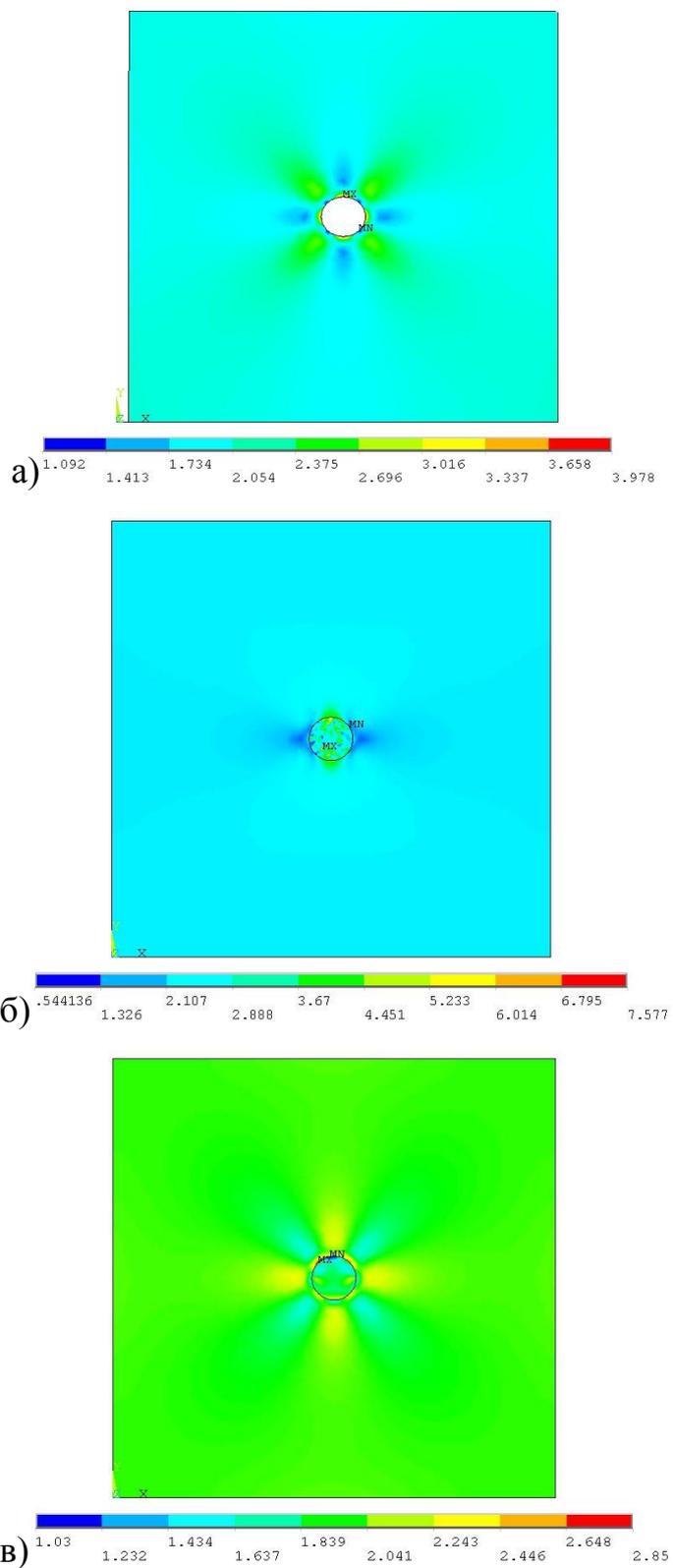


Рис. 2.6. Изополя интенсивности напряжений при всестороннем сжатии для пластинки с круглым отверстием (а), жестким включением с трением (б), жестким включением с полным сцеплением (в)



*Рис. 2.7. Изополя интенсивности напряжений при чистом сдвиге для пластинки с круглым отверстием (а), жестким включением с трением (б), жестким включением с полным сцеплением (в)*



Рассмотренные задачи представлены в табл. 2.1., там же указаны максимальные значения напряжений в массиве.

Таблица 2.1. Результаты численного моделирования задач о включении различной жесткости

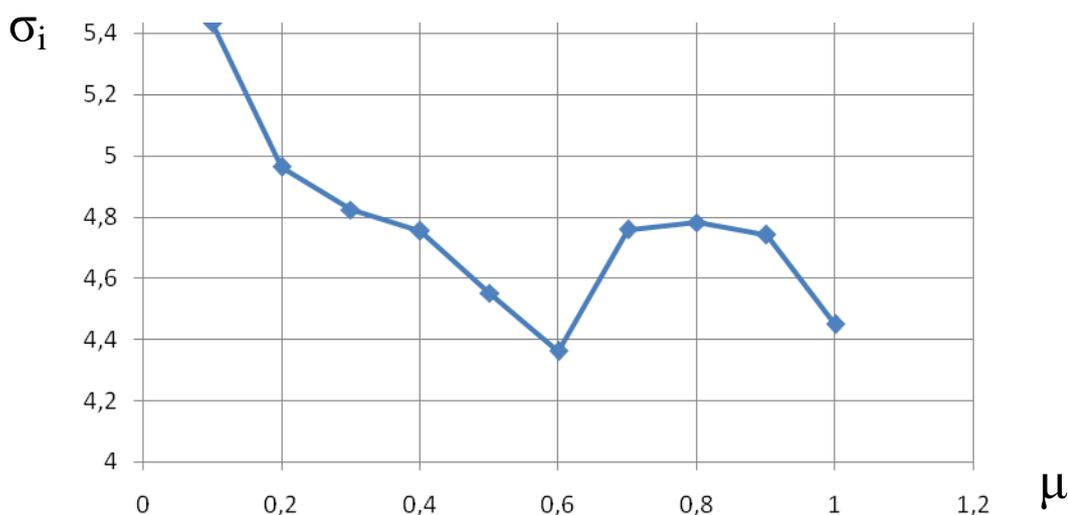
Вид задачи	Интенсивность напряжений, $\sigma'$		
	Одноосное сжатие, $p_y=1, p_x=0$	Всестороннее сжатие, $p_y= p_x= 1$	Чистый сдвиг, $p_y=1, p_x=-1$
Круглое отверстие	3	2,04	3,98
Круглое включение, коэффициент трения $\mu = 0,5$	2,02	1,43	4,55
Круглое включение, коэффициент трения $\mu = 0,7$	1,94	1,42	4,76
Круглое включение, коэффициент трения $\mu = 1$	1,88	1,42	4,45
Круглое включение, полное слипание	2,51	2,66	2,85

Анализ результатов проведенных виртуальных экспериментов позволяет сделать следующие заключения:

- результаты моделирования для круглого отверстия полностью совпадают с результатами аналитического решения данной задачи.
- в случае одноосного сжатия наибольшая концентрация напряжений вызывается круглым отверстием. Для частиц с полным слипанием она несколько меньше. Введение трения между включением и вмещающей средой приводит к снижению концентрации напряжений. С ростом коэффициента трения концентрация незначительно снижается.

- в случае всестороннего сжатия частица с полным слипанием является худшим концентратором напряжений. Введение трения снижает значение напряжения, однако от коэффициента трения практически не зависит.

- в случае чистого сдвига концентрация напряжений в значительной степени зависит от коэффициента трения между включением и вмещающей средой. В связи с тем, что для грунтового массива основное значение имеют именно касательные напряжения были выполнены дополнительные расчеты для других значений коэффициента трения, которые позволили получить зависимость максимальной концентрации напряжений от коэффициента трения между частицей и вмещающей средой. Полученная зависимость представлена на рисунке 2.8.



*Рис. 2.8. Экспериментальная зависимость максимальной концентрации напряжений от значения коэффициента трения для условий чистого сдвига.*

Очевидно, что при малых значениях коэффициента трения концентрация напряжений максимальная. С увеличением коэффициента трения вплоть до 0,6 происходит снижение концентрации. При дальнейшем росте коэффициента трения концентрация опять незначительно возрастает.

Таким образом, коэффициент трения между включением и вмещающей средой оказывает существенное влияние на концентрацию напряжений вокруг

включения. Неучет трения при моделировании неоднородных грунтов и применение аналитических решений, полученных для композитных материалов с полным сцеплением может привести к неправильной оценке НДС и ошибках при расчете.

## **2.4. Выводы по главе**

1. Оценка механических характеристик неоднородного грунта является комплексной задачей, требующей учета как соотношения жесткостей включения и вмещающего грунта, так и условий контакта между ними: сил трения и сцепления.

2. Современный уровень аналитических решений задач о включении различной жесткости во вмещающую среду не позволяет учитывать трение между включением и вмещающей средой. Для решения подобных задач рекомендуется применять приближенные численные методы.

3. Для решения задач о распределении напряжений в элементарном объеме с концентратором напряжений может использоваться программный комплекс ANSYS, реализующий метод конечных элементов и верифицированный для решения задач механики деформируемого твердого тела.

4. Путем моделирования элементарных задач о включении различной жесткости в элементарном объеме с различным коэффициентом трения по поверхности было установлено, что учет трения между включением и вмещающей средой имеет существенное значение при определении НДС неоднородного грунта.

5. В результате моделирования включений с различным коэффициентом трения в условиях чистого сдвига была получена зависимость между максимальной интенсивностью напряжений в элементарном объеме и коэффициентом трения между включением и вмещающей средой.

6.

## **ГЛАВА 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ НЕОДНОРОДНЫХ ГРУНТОВ**

### **3.1. Состав проведенных экспериментов**

Неоднородность гранулометрического состава и механических характеристик гетерогенных сред накладывает существенные ограничения на возможность аналитического изучения подобных материалов. В связи с этим в настоящей работе большое внимание уделено проведению серий экспериментов, как в лабораторных условиях с естественными образцами грунтов с существенной неоднородностью, так и виртуальных экспериментов в программном комплексе, реализующем метод конечных элементов. Комбинирование виртуального и реального экспериментов, как нам представляется, позволит оптимизировать применяемые модели и верифицировать предлагаемые методы оценки механических свойств грунтов с существенной неоднородностью.

В комплекс выполненного экспериментального анализа вошли следующие эксперименты:

- лабораторные исследования свойств смесей заданного грансостава в условиях компрессионного сжатия;
- лабораторные исследования свойств смесей заданного грансостава в условиях трехосного сжатия;
- лабораторные исследования взаимодействия частиц на модифицированном приборе для определения угла естественного откоса с видеорегистрацией;
- виртуальные компрессионные испытания;
- виртуальные испытания в режиме простого сдвига;
- моделирование краевой задачи.



### **3.2. Описание хода и результатов лабораторных испытаний**

С целью достоверного определения прочностных и деформационных характеристик грунтов, а также полученных из них смесей с различными процентными соотношениями содержания частиц различной крупности нами была проведена серия лабораторных испытаний на приборах компрессионного и трехосного сжатия.

Было выполнено планирование эксперимента, в ходе которого были определены основные факторы, влияющие на результат испытания, и проведен анализ результатов с применением методов математической статистики и программного комплекса STATISTICA 10.0

Для проведения испытаний применялось оборудование производства ООО "НПП "Геотек", включающее в себя комплект из пневматического нагрузочного устройства, блоков управления, контрольной панели ГТ 2.0.12, камеры трехосного сжатия типа "А" ГТ 2.3.8 для образцов высотой 100мм и диаметром 50мм, стандартного одометра ГТ 2.0.7 и персонального компьютера, оснащенного программным обеспечением АСИС3.3.

Применяемое оборудование позволяет производить испытания по схеме компрессионного сжатия и раздавливания в трехосном приборе с измерением:

- вертикального усилия датчиком силы ГТ 5.2.8 с точностью  $\pm 1\%$ ;
- вертикальной деформации датчиком перемещений ГТ 5.3.5. с точностью  $\pm 0,2\%$ ;
- бокового давления датчиком давления ГТ 5.1.2. с точностью  $\pm 0,5\%$ .

Испытания проводились на образцах предварительно высушенного песчаного грунта, разделенного по гранулометрическому составу на четыре группы:

- с размером частиц от 0,05 до 0,1мм;
- с размером частиц от 0,5 до 0,8мм;

- с размером частиц от 0,8 до 1,4мм;
- с размером частиц от 2 до 5мм.

Впоследствии из этих образцов составлялись смеси с заданным массовым содержанием частиц различной крупности. Соотношение содержания включений принималось равным 50/50, 70/30 и 90/10. Эти смеси так же подвергались лабораторным испытаниям.

В результате этих испытаний были получены компрессионный и общий модули деформации  $E_0$  в диапазоне от 0 до 600кПа, и значения угла внутреннего трения  $\varphi$ .

Полученные значения сравнивались с результатами определения эквивалентных деформационных и прочностных характеристик методом конечно-элементного моделирования для оценки достоверности полученных результатов.

### **3.2.1. Планирование экспериментальных исследований для определения деформационных характеристик неоднородного грунта**

Для определения минимально необходимого количества экспериментов, следует произвести выбор оптимального пути исследования, что возможно при обработке результатов предварительных опытов с помощью средств математического планирования. При этом меньшее внимание должно уделяться исследованию факторов, слабо влияющих на протекание исследуемых физических процессов, а факторы практически не влияющие, должны быть заведомо исключены.

Так в предварительных экспериментах было установлено, что на значение деформационных характеристик образца могут оказывать влияние следующие параметры задач: процентное содержание включений во вмещающем грунте, относительная величина включений по отношению к частицам вмещающего грунта, деформационные характеристики составляющих неоднородного массива.

При компрессионном сжатии складываются такие параметры формирования деформационных характеристик образца, что варьирование механических характеристик вмещающего грунта оказывает большее влияние, чем более жестких включений. В этой связи было принято решение принять частицы включений абсолютно жесткими и уделить повышенное внимание определению деформационных характеристик вмещающего грунта.

Таким образом, на основе рандомизированных опытов и априорных представлений, в качестве независимых переменных выбраны:  $X_1$  – процентное содержание включений во вмещающем грунте ( $n_1/n_2$ );  $X_2$  – отношение между диаметрами включений и частиц вмещающего грунта ( $d_1/d_2$ ); уровни и интервал которых приведены в табл. 3.1

Таблица 3.1. Уровни и интервал варьирования независимых переменных

Факторы	Уровни факторов			Интервал варьирования
	-1	0	+1	
Факторы параметров массива				
$X_1$ – процентное содержание включений (%)	10	30	50	20
$X_2$ – отношение диаметров частиц ( $d_1/d_2$ )	9	28	47	19

Планирование эксперимента было проведено для методики стандартных компрессионных и трехосных испытаний в соответствии с методикой полного факторного эксперимента для двухуровневых факторов, изложенных в работах Ю.П.Адлера, А.Г.Сергеева и других:

Зависимыми переменными (откликами), в соответствии с задачей экспериментальных исследований, являлись определение значений модуля деформации неоднородного массива на каждой ступени нагружения в случае

компрессионных испытаний и значения угла внутреннего трения на каждой ступени в случае трехосных испытаний.

Каждый отклик есть функция  $k$ -переменных – факторов:  $Y_i = f(X_1, X_2, \dots, X_k)$ , где  $f$  - функция отклика. Разброс значений откликов не должен превышать точности эксперимента.

На первом этапе исследований осуществлялось варьирование всеми вышеперечисленными факторами. Был построен план полного факторного эксперимента для различных диапазонов напряжений, который в кодовом масштабе приведен в таблицах 3.2, 3.3 и 3.4.

Последовательность обработки результатов осуществлялась в соответствии с методикой Ю.П.Адлера, А.Г.Сергеева и других [Адлер, 1969].

#### 1. Расчет дисперсии опытов.

Построчная дисперсия каждого опыта, определяется по формуле:

$$S_{yn}^2 = \frac{\sum_{q=1}^{yn} (Y_{nq} - Y_n)^2}{f_n}, \quad (3.1)$$

где  $Y_{nq}$  - результат очередного повторения каждого опыта;  $Y_n$  - среднее арифметическое значение каждого опыта;  $f_n$  - число степеней свободы при определении  $n$ -ой построчной дисперсии:

$$f_n = n - 1. \quad (3.2)$$

Под числом степеней свободы понимается количество значений, которые могут варьироваться в итоговом вычислении результатов. В эксперименте принималось пятикратное повторение опытов, следовательно  $f_n = 4$ .

### 3.2.2. Факторный анализ результатов компрессионных испытаний

В таблицах 3.2.-3.4 приведены результаты запланированной серии экспериментов с откликами.

Таблица 3.2. План факторного эксперимента, для значений модуля деформации в диапазоне напряжений 0-200кПа

№№ опытов	Факторы		Отклики (значения модуля деформации E, кПа)							S <sup>2</sup> yn, 10 <sup>8</sup>
	X1	X2	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Yn	Yp	
1	1	1	8373	9912	6492	10688	6742	8441		0,0347
2	0	1	7508	7763	6492	7320	8760	7569		0,0067
3	-1	1	11437	5790	12005	9146	9425	9561		0,0597
4	1	0	11273	10597	7518	5933	4618	7988		0,0835
5	0	0	7991	5807	10835	11273	13106	9802		0,0834
6	-1	0	8255	5796	8845	6606	6413	7183		0,0169
7	1	-1	10181	8121	10524	10072	9241	9628		0,0093
8	0	-1	7264	8770	9996	9828	7437	8659		0,0165
9	-1	-1	8255	10040	11046	5925	8080	8670		0,0389
									ΣS <sup>2</sup> yn=	0,3498

Таблица 3.3. План факторного эксперимента, для значений модуля деформации в диапазоне напряжений 200-400кПа

№№ опытов	Факторы		Отклики (значения модуля деформации E, кПа)							S <sup>2</sup> yn, 10 <sup>8</sup>
	X1	X2	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Yn	Yp	
1	1	1	31717	33043	22650	27679	26297	28277		2,84
2	0	1	30718	22930	22650	26280	34164	27348		1,52
3	-1	1	37973	20519	29103	30981	30102	29735		1,23
4	1	0	32692	37498	23091	21798	25522	28120		3,75
5	0	0	32498	32328	34000	40865	38794	35697		2,74

6	-1	0	28637	19854	33742	30900	23967	27420		1,15
7	1	-1	24650	28426	27239	29272	26185	27154		2,05
8	0	-1	25021	25823	29051	26395	28356	26929		1,69
9	-1	-1	28637	27611	26317	22222	26936	26345		1,96
									$\Sigma S^2_{yn} =$	18,9

Таблица 3.4. План факторного эксперимента, для значений модуля деформации в диапазоне напряжений 400-600кПа

№№ опытов	Факторы		Отклики (значения модуля деформации E, кПа)							$S^2_{yn},$ $10^8$
	X1	X2	Y1	Y2	Y3	Y4	Y5	Yn	Yp	
1	1	1	36092	34182	29122	38553	47812	37152		0,47
2	0	1	42237	32866	29122	42705	35342	36454		0,35
3	-1	1	39555	49677	40017	29103	31105	37891		0,67
4	1	0	49039	44316	34637	58982	32328	43860		1,18
5	0	0	37498	40410	39440	42642	42167	40432		0,0437
6	-1	0	33941	30102	35040	29028	28641	31314		0,089
7	1	-1	39029	28426	31936	37468	37707	34913		0,205
8	0	-1	40945	37185	51647	30794	25926	37299		1,69
9	-1	-1	33941	31556	35792	28673	32921	32577		0,0714
									$\Sigma S^2_{yn} =$	4,07

Для проверки однородности ряда построчных дисперсий применяется критерий Кохрена, позволяющий определить случайность расхождения между дисперсиями различных выборок. Рассчитаем значение критерия Кохрена  $G^{расч}$  по формуле:

$$G^{расч} = \frac{S^2_{yn}^{max}}{\sum_{n=1}^{N_0} S^2_{yn}} \quad (3.3)$$

где  $S_{yn}^{2\max}$  - наибольшая в ряду дисперсия, равная для  $E_{0-200}$   
 $S_{yn}^{2\max} = 0,0835 \cdot 10^8$ , для  $E_{200-400}$   $S_{yn}^2 = 3,75 \cdot 10^8$ , для  $E_{400-600}$   $S_{yn}^2 = 1,69 \cdot 10^8$ ;  $N_0 = 9$   
- число опытов с дублированием.

$$\text{Для значений } E_{0-200}: G^{расч} = \frac{0,0835 \cdot 10^8}{0,3498 \cdot 10^8} = 0,2387$$

$$\text{Для значений } E_{200-400}: G^{расч} = \frac{3,75 \cdot 10^8}{18,9 \cdot 10^8} = 0,1984$$

$$\text{Для значений } E_{400-600}: G^{расч} = \frac{1,69 \cdot 10^8}{4,07 \cdot 10^8} = 0,3544$$

Для полученной величины  $G^{расч}$ , используя  $G$  - критерий Кохрена, при уровне значимости  $\alpha = 0.05$ , степени свободы  $f_n = 4$  и числе опытов  $N = 9$  найдем табличное значение  $G^{табл} = 0,3584$ . Поскольку  $G^{расч}$  меньше табличного значения - ряд дисперсий для всех трех диапазонов можно считать однородным.

Средняя дисперсия для каждого проведенного опыта рассчитывается по формуле:

$$S_y^2 = \frac{\sum_{n=1}^n S_{yn}^2}{N}, \quad (3.4)$$

Таким образом, значение средней дисперсии для  $E_{0-200}$  равно  
 $S_y^2 = \frac{0,3498 \cdot 10^8}{9} = 3,886 \cdot 10^6$ , для  $E_{200-400}$ :  $S_y^2 = \frac{18,9 \cdot 10^8}{9} = 2,1 \cdot 10^8$ , для  $E_{400-600}$ :  
 $S_y^2 = \frac{4,07 \cdot 10^8}{9} = 4,52 \cdot 10^7$ .

Число степеней свободы анализируемого эксперимента

$$f_1 = N(n - 1) = 9(5 - 1) = 36 \quad (3.5)$$

В таблице 3.5 представлена расширенная матрица плана проведенного эксперимента, в которой для различных сочетаний значений факторов (X1 – объемное содержание включений, X2 - отношение размеров частиц)

приведены значения отклика, то есть значения модуля деформации  $E$ , кПа в различных диапазонах напряжений.

Таблица 3.5. Расширенная матрица плана  $3^2$

№№ ОПЫТОВ	X0	X1	X2	X1	X1 <sup>2</sup>	X2 <sup>2</sup>	для значений E <sub>0-200</sub>	для значений E <sub>200-400</sub>	для значений E <sub>400-600</sub>
							Y <sub>n</sub> , кПа	Y <sub>n</sub> , кПа	Y <sub>n</sub> , кПа
1	1	1	1	1	1	1	8441	28277	37152
2	1	0	1	0	0	1	7569	27348	36454
3	1	-1	1	-1	1	1	9561	29735	37891
4	1	1	0	0	1	0	7988	28120	43860
5	1	0	0	0	0	0	9802	35697	40432
6	1	-1	0	0	1	0	7183	27420	31314
7	1	1	-1	-1	1	1	9628	27154	34913
8	1	0	-1	0	0	1	8659	26929	37299
9	1	-1	-1	1	1	1	8670	26345	32577

## 2. Расчет коэффициентов регрессии

Для расчетов коэффициентов регрессии воспользуемся расширенной матрицей плана  $3^2$  (табл.3.5) и формулой 3.6:

$$Y = B_0 + \sum_{i=1}^2 B_i X_i + \sum_{i,j=1}^2 B_{ij} X_i X_j + \sum_{i=1}^2 B_i X_i^2, \quad (3.6)$$

Введем переменные факторы, которые представляют собой произведения факторов. Тогда уравнение (3.6) запишется в виде:

$$Y = B_0 + \sum_{i=1}^{15} B_i X_i \quad (3.7)$$

Учитывая свойства плана, отраженные в зависимостях (3.10) - (3.11), коэффициенты регрессии будут вычисляться по формулам:

$$B_0 = \frac{\sum_{n=1}^N Y_{in}}{N}; \quad (3.8)$$

$$B_i = \frac{\sum_{n=1}^N X_i Y_{in}}{N}, i = 1, 2, \dots, N. \quad (3.9)$$

Вычисленные по формулам (3.8-3.9) коэффициенты регрессии имеют следующие значения:

	$B_0$ , кПа	$B_1$ , кПа	$B_2$ , кПа	$B_3$ , кПа	$B_4$ , кПа	$B_5$ , кПа
$E_{0-200}$	8611	71	-154	-230,9	5719	5836
$E_{200-400}$	28558	5,7	548	-251,9	18561	18420,9
$E_{400-600}$	36876,9	1571,5	745,3	-341,7	24189,7	24031,8

Так как число повторов (дублей) в опытах было одинаково и равно  $n = 5$ , то дисперсия оценок коэффициентов при учете условия нормировки будет вычисляться по формуле:

$$S_{bj}^2 = \frac{S_y^2}{(n-1)N}, \quad (3.10)$$

Для значений  $E_{0-200}$ :  $S_{bj}^2 = \frac{3,886 \cdot 10^6}{(5-1) \cdot 9} = 1,079 \cdot 10^5 \text{ кПа}^2$

Для значений  $E_{200-400}$ :  $S_{bj}^2 = \frac{2,1 \cdot 10^8}{(5-1) \cdot 9} = 5,83 \cdot 10^6 \text{ кПа}^2$

Для значений  $E_{400-600}$ :  $S_{bj}^2 = \frac{4,52 \cdot 10^7}{(5-1) \cdot 9} = 1,255 \cdot 10^6 \text{ кПа}^2$

Коэффициенты регрессии, посчитанные по формулам (3.10-3.11), считаются значимыми, если выполняется условие:

$$|B_i| \geq t_{\alpha, f_1} S_{bj}, \quad (3.11)$$

где  $t_{\alpha, f_1} = 2,0281$ - критерий Стьюдента, для  $\alpha = 0.05$ - уровень значимости и  $f_1 = 36$  - число степеней свободы;  $S_{bj} = \sqrt{S_{bj}^2}$  - среднеквадратичная ошибка в определении  $i$ -го коэффициента регрессии;  $i = 0, 1, 2, \dots, 5$ . Статистически незначимые коэффициенты исключаются из модели.

Таким образом, уравнения регрессии (3.9) принимают вид:

- для значений  $E_{0-200}$ :

$$Y = 8611 + 5719 \cdot X_1^2 + 5836 \cdot X_2^2$$

- для значений  $E_{200-400}$ :

$$Y = 28558 + 18561 \cdot X_1^2 + 18420,9 \cdot X_2^2$$

- для значений  $E_{400-600}$ :

$$Y = 36876,9 + 24189,7 \cdot X_1^2 + 24031,8 \cdot X_2^2$$

### 3. Проверка адекватности модели

Получив уравнение регрессии, проверим его на адекватность. Для этого воспользуемся критерием Фишера, расчетное значение которого определяется по формуле:

$$F_{f_1 f_2}^{расч} = \frac{S_{неадекват}^2}{S_y^2}, \quad (3.12)$$

где  $S_y^2$  - средняя дисперсия опыта;  $f_1$  - число степеней свободы этих опытов;  $S_{неадекват}^2$  - дисперсия неадекватности;  $f_2$  - число степеней свободы неадекватности.

Дисперсия неадекватности определяется по формуле:

$$S_{\text{неадекват}}^2 = \frac{\sum_{n=1}^N (Y_n^{\text{расч}} - Y_n^{\text{эксн}})^2}{f_2}, \quad (3.13)$$

где  $Y_n^{\text{расч}}$  - значение отклика в  $n$ -ом опыте, рассчитываемое по уравнению регрессии (3.11);  $Y_n^{\text{эксн}}$  - значение отклика в  $n$ -ом опыте, определенное экспериментально (таблица 3.6).

Число степеней свободы  $f_2$  определяется как:

$$f_2 = N - k, \quad (3.14)$$

где  $N$  - число опытов плана,  $k$  - число коэффициентов уравнения (3.11).

Определяем требуемые параметры для трех вариантов расчета:

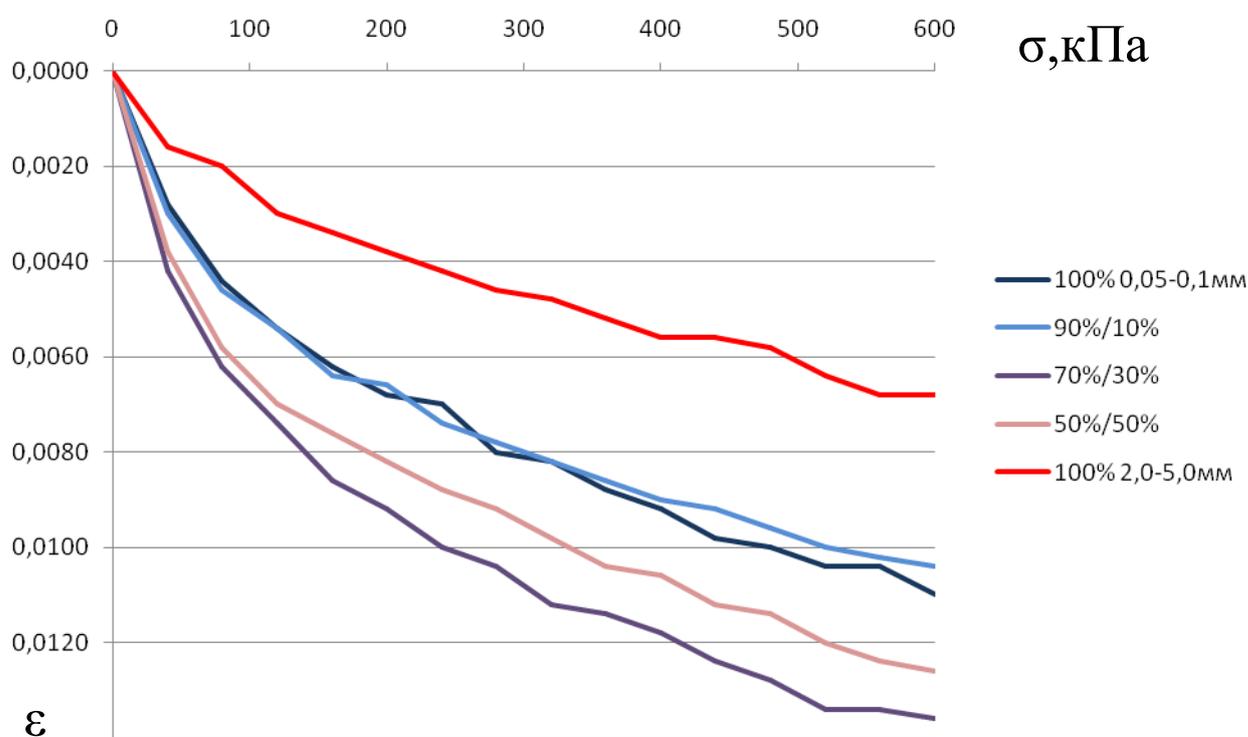
Для значений $E_{0-200}$	Для значений $E_{200-400}$	Для значений $E_{400-600}$
$f_2 = 6,$	$f_2 = 6,$	$f_2 = 6,$
$S_{\text{неадекват}}^2 = 1,111 \cdot 10^8,$	$S_{\text{неадекват}}^2 = 1,211 \cdot 10^9,$	$S_{\text{неадекват}}^2 = 2,026 \cdot 10^9,$
$F_{f_1 f_2}^{\text{расч}} = 28,59.$	$F_{f_1 f_2}^{\text{расч}} = 1.215.$	$F_{f_1 f_2}^{\text{расч}} = 0.853.$
Критерий Фишера, соответствующий	Критерий Фишера, соответствующий	Критерий Фишера, соответствующий
степеням свободы	степеням свободы $f_1 = 36$	степеням свободы
$f_1 = 36$ и $f_2 = 6$ , равен	и $f_2 = 6$ , равен $F_{f_1 f_2}^{\alpha} = 2,36$	$f_1 = 36$ и $f_2 = 6$ , равен
$F_{f_1 f_2}^{\alpha} = 2,36$		$F_{f_1 f_2}^{\alpha} = 2,36$

Сравнивая значения  $F_{f_1 f_2}^{\text{расч}}$  и  $F_{f_1 f_2}^{\alpha}$ , видим, что  $F_{f_1 f_2}^{\text{расч}} < F_{f_1 f_2}^{\alpha}$  для значений  $E_{200-400}$  и  $E_{400-600}$ , следовательно, гипотеза об адекватности уравнения регрессии (3.11) верна. Для значений  $E_{0-200}$  неравенство не выполняется, так как в данном диапазоне напряжений модуль деформации достаточно изменчив, в связи с чем необходимо выполнить дополнительные испытания. Тем не менее в реальном проектировании в настоящее время модуль в данном диапазоне используется достаточно редко, что позволяет пренебречь разбросом результатов испытаний.

### **3.2.3. Анализ зависимости характеристик деформируемости от состава неоднородного грунта**

В результате испытаний были получены компрессионные кривые для различных смесей, а так же для исходных составляющих. Для более наглядного представления результаты всех опытов по каждому образцу были осреднены и построены в одной координатной плоскости для сравнения.

На рисунке 3.1 представлены результаты компрессионных испытаний смесей песков с размером частиц 2-5мм и 0,05-0,1мм в различных пропорциях, а так же исходных грунтов.



*Рис. 3.1. Компрессионные зависимости для смесей песков с размером частиц 2-5мм и 0,05-0,1мм в различных пропорциях*

Из диаграммы видно, что мелкий гравий обладает вдвое меньшей сжимаемостью, чем все прочие образцы. Однако добавление его в пылеватый песок в различных пропорциях приводит к резкому увеличению сжимаемости. Это может быть связано с формированием вокруг включений пластических зон вследствие концентрации напряжений.

На рисунке 3.2 представлены результаты компрессионных испытаний смесей песков с размером частиц 0,8-1,4мм и 0,05-0,1мм в различных пропорциях, а так же исходных грунтов.

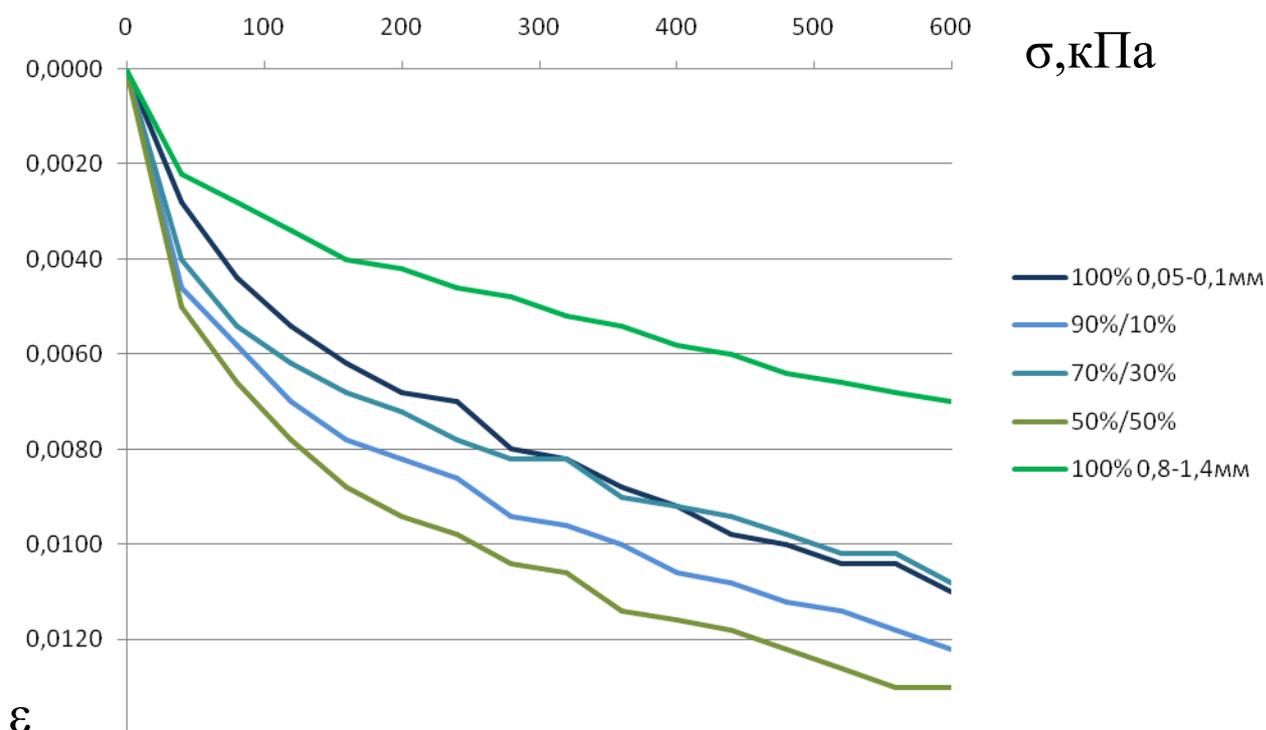


Рис. 3.2. Компрессионные зависимости для смесей песков с размером частиц 0,8-1,4мм и 0,05-0,1мм в различных пропорциях

В случае крупного песка наблюдается схожая картина, так как при данном соотношении диаметров концентрация напряжений достаточно велика. Кроме того, при составлении смеси 50/50 наблюдалось расслоение смеси, вызванное тем, что крупные частицы формировали скелет грунта, а мелкие заполняли поры и фактически выключались из работы. Этим можно объяснить высокую сжимаемость образцов с большим соотношением диаметров частиц.

На рисунке 3.3 представлены результаты компрессионных испытаний смесей песков с размером частиц 0,5-0,8мм и 0,05-0,1мм в различных пропорциях, а так же исходных грунтов.

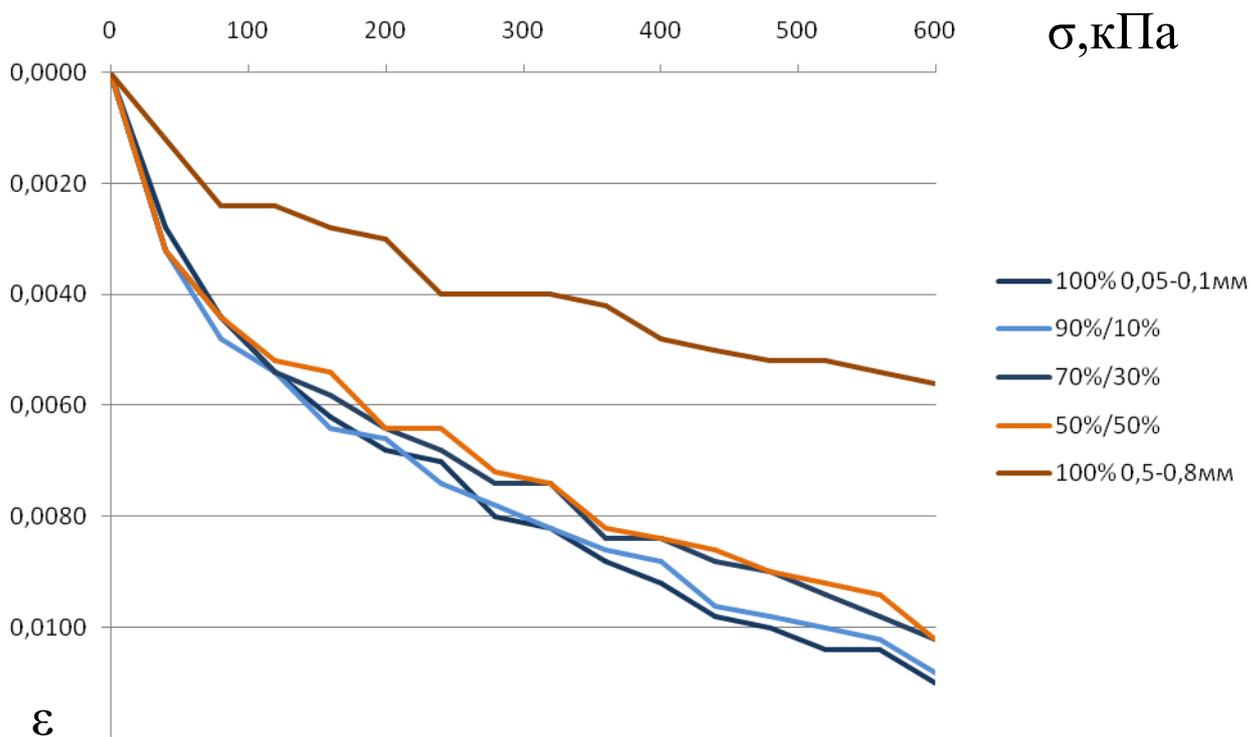


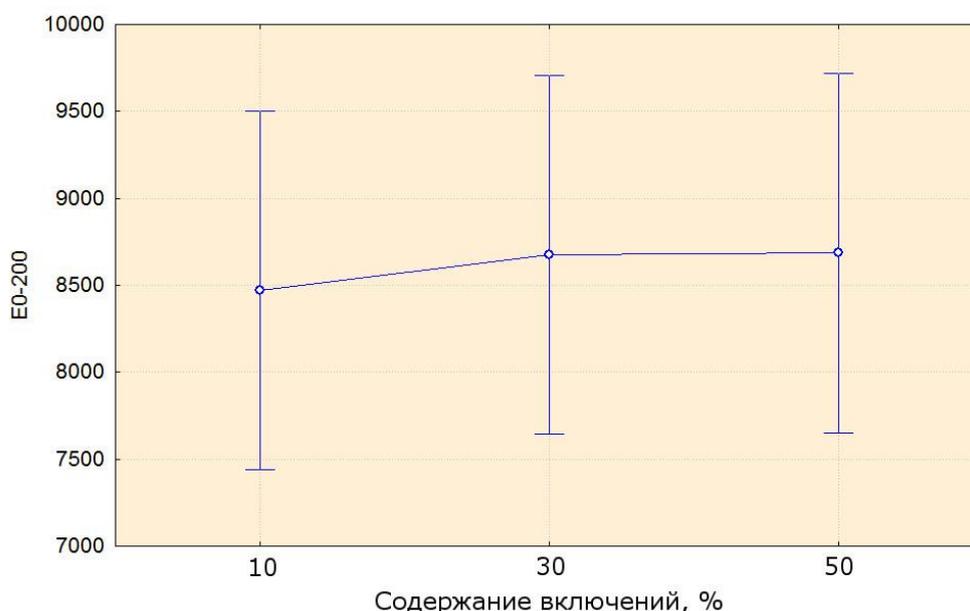
Рис. 3.3. Компрессионные зависимости для смесей песков с размером частиц 0,5-0,8мм и 0,05-0,1мм в различных пропорциях

В случае песка средней крупности увеличение его присутствия в смеси вызывает пропорциональное уменьшение сжимаемости, что позволяет сделать вывод о влиянии жесткости включений. При этом размер включений сопоставим с размерами частиц вмещающего грунта, НДС имеет более равномерный характер и не происходит концентрации напряжений.

### **3.2.4. Статистическая обработка результатов компрессионных испытаний неоднородного грунта**

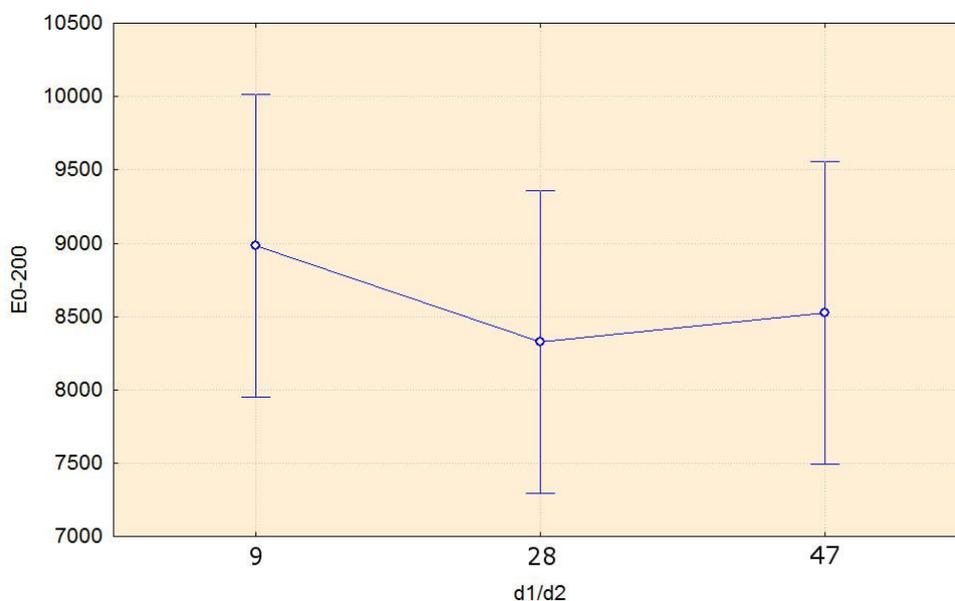
Рассмотрение структуры грунта и ее влияния на поведение массива, совместно с проведенной серией лабораторных экспериментов позволяет выявить влияние различных факторов на эквивалентные механические характеристики элементарного объема грунта. Так как в проведенных экспериментах оценивались основные факторы, такие как соотношение диаметров и процентное содержание различных частиц, могут быть выведены общие закономерности

Обработка результатов эксперимента в программном комплексе Statistica 7.0 позволяет наглядно представить влияние исходных факторов на величину модуля деформации в виде диаграмм. На этих диаграммах представлены средние значения модулей деформации в зависимости от процентного содержания включений (рис. 3.4, 3.6, 3.8) и соотношения диаметров частиц (рис 3.5, 3.7, 3.9). Кроме того, обозначены пределы вариации каждой точки, определенные статистически по результатам эксперимента.



*Рис. 3.4. Изменение модуля деформации в зависимости от процентного содержания включений для диапазона  $E$  от 0 до 200кПа*

В диапазоне от 0 до 200кПа изменение процентного содержания включений не приводит к существенному изменению модуля деформации, в отличие от соотношения размеров частиц вмещающего грунта и включений. Модуль общей деформации при малом соотношении размеров выше и обратно пропорционален этому соотношению. Разница составляет до 6%.



*Рис. 3.5. Изменение модуля деформации в зависимости от соотношения диаметров частиц включений ( $d_1$ ) и заполнителя ( $d_2$ ) для диапазона  $E$  от 0 до 200кПа*

Таким образом, из результатов эксперимента следует, что на величину модуля общей деформации в диапазоне от 0 до 200 кПа наличие включений не оказывает существенного влияния. На наш взгляд это объясняется высокой пористостью грунта в заданном диапазоне нагрузок, влияние жесткости включений и их относительного размера незначительно, значительная часть объемной деформации связана с уменьшением объема пор между частицами.

В диапазоне от 200 до 400кПа наблюдается подъем значения модуля общей деформации при 30% включений на 7,1%. Также и при промежуточном значении соотношения диаметров модуль возрастает на 7%. Это может быть объяснено тем, что в данном диапазоне напряжений начинается перекомпоновка частиц, выявленное соотношение диаметров и процентное

содержание включений обеспечивают максимальную устойчивость массива, не происходит локальной потери устойчивости цепочек частиц, чем и объясняется увеличение модуля общей деформации.

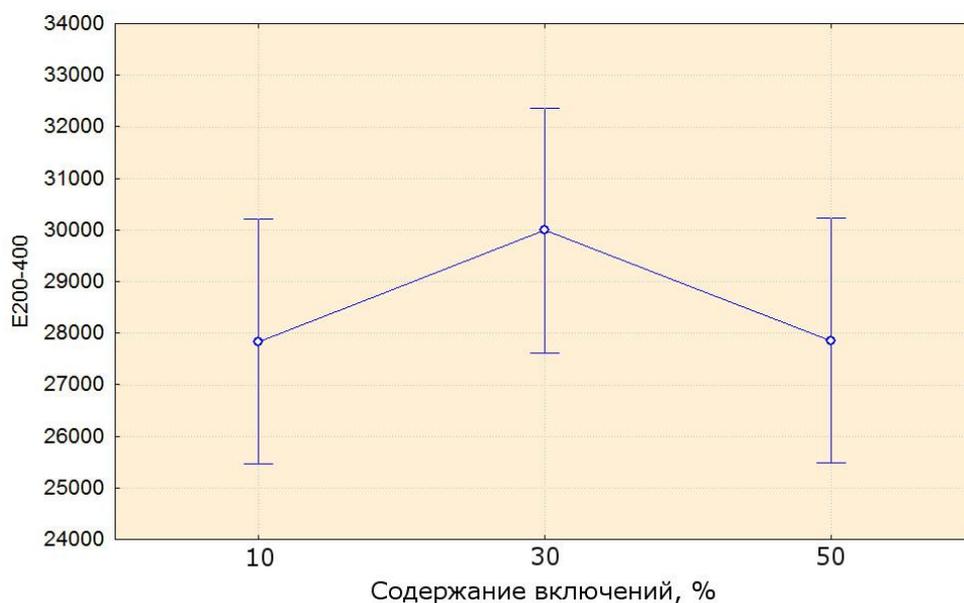


Рис. 3.6. Изменение модуля деформации в зависимости от процентного содержания включений для диапазона  $E$  от 200 до 400кПа

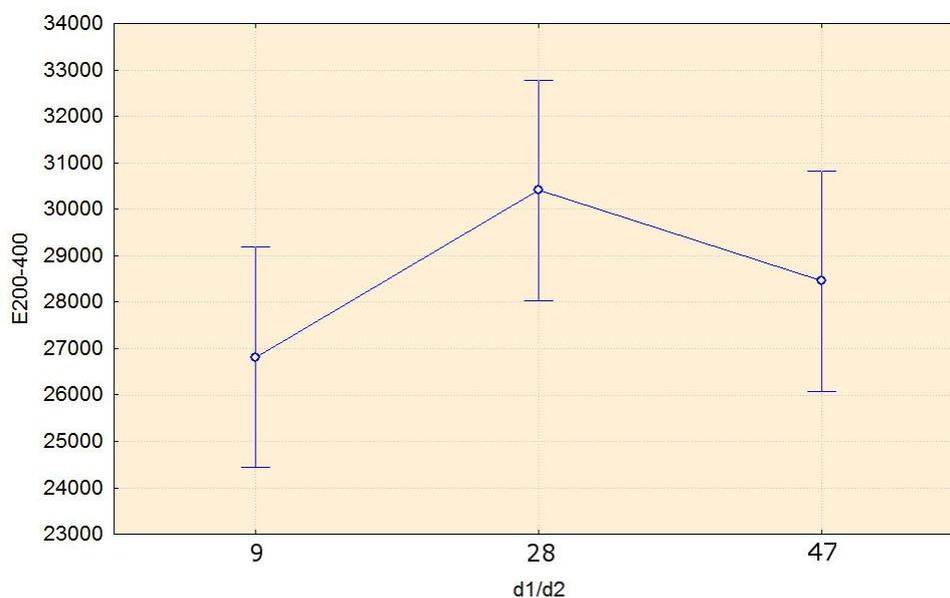
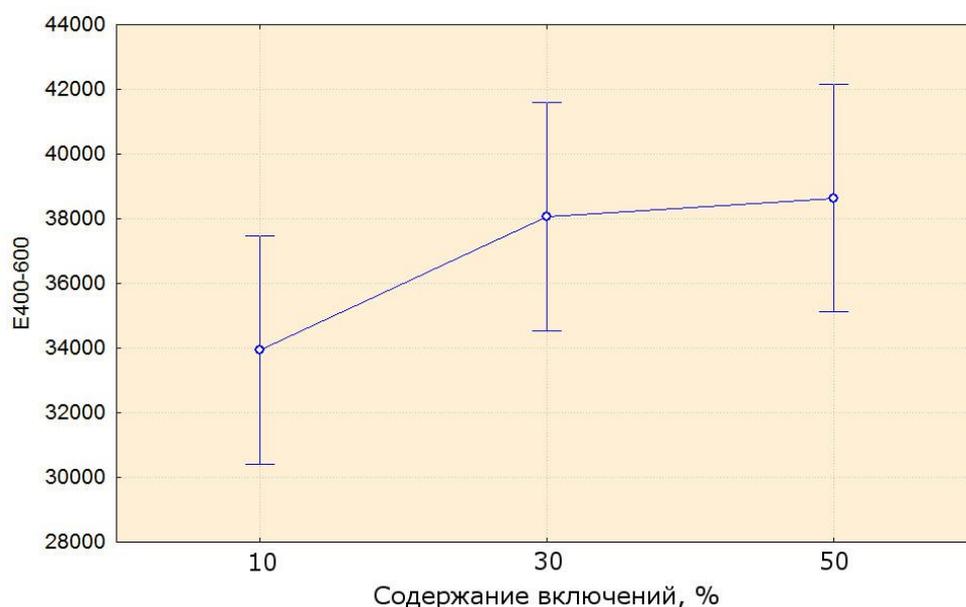


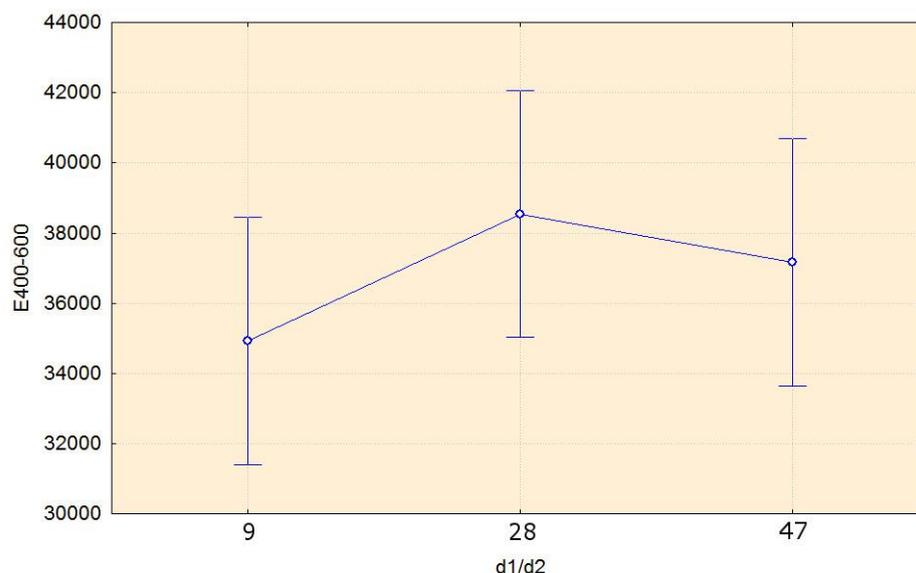
Рис. 3.7. Изменение модуля деформации в зависимости от соотношения диаметров частиц включений ( $d_1$ ) и заполнителя ( $d_2$ ) для диапазона  $E$  от 200 до 400кПа

В диапазоне от 400 до 600кПа с ростом числа включений наблюдается существенный (до 13,2%) рост модуля общей деформации. При малом процентном содержании включений увеличение незначительно, к 30% процентам оно возрастает, с дальнейшим увеличением содержания включений стабилизируется. Так же, как и для диапазона от 200 до 400кПа наблюдается подъем модуля деформации при среднем соотношении диаметров частиц вмещающего грунта и включений.

В диапазоне напряжений от 400 до 600кПа перекомпоновка частиц уже не происходит, и жесткость массива обусловлена жесткостью частиц.



*Рис. 3.8. Изменение модуля деформации в зависимости от процентного содержания включений для диапазона  $E$  от 400 до 600кПа*



*Рис. 3.9. Изменение модуля деформации в зависимости от соотношения диаметров частиц включений ( $d_1$ ) и заполнителя ( $d_2$ ) для диапазона  $E$  от 400 до 600кПа*

Таким образом, по результатам компрессионных испытаний образцов песчаного грунта с процентными содержаниями включений от 10 до 50% и соотношениями диаметров от 9 до 47 можно сделать следующие выводы:

- в диапазоне от 0 до 200кПа наличие включений не приводит к существенным изменениям жесткости образца, что объясняется низким влиянием качественного состава неоднородного грунта по отношению к его начальной пористости;

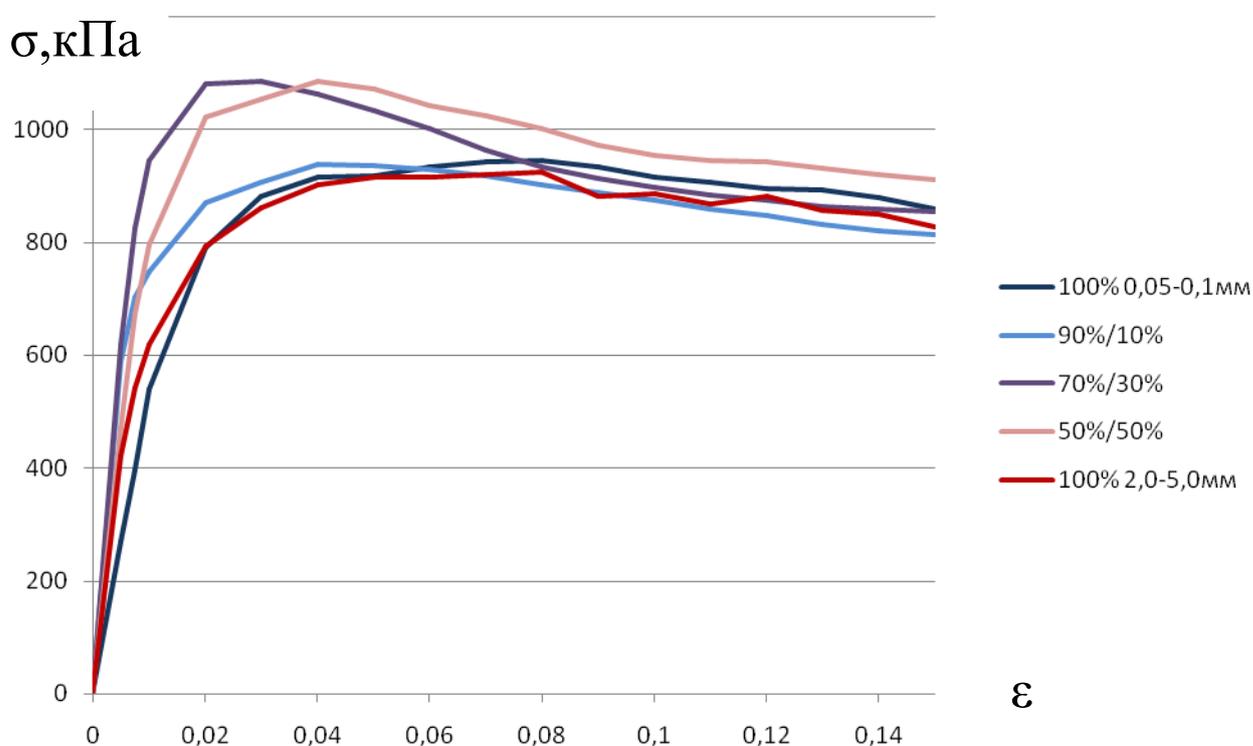
- в диапазоне от 200 до 400кПа на жесткость образца грунта оказывает влияние процентное содержание частиц и, в первую очередь, соотношение диаметров. Это объясняется локальной устойчивостью цепочек частиц;

- в диапазоне от 400 до 600кПа основное влияние на величину модуля общей деформации оказывает жесткость включений, что объясняется высоким уплотнением массива. Максимальный модуль зафиксирован для 30% включений с соотношением диаметров  $\frac{d_1}{d_2} = 28$ .

### 3.2.5. Анализ результатов трехосных испытаний неоднородного грунта

В результате испытаний были получены зависимости вертикальных деформаций от напряжений при трехосном напряженном состоянии. Для более наглядного представления результаты всех опытов по каждому образцу были осреднены и построены в одной координатной плоскости для сравнения.

На рисунке 3.10 представлены результаты испытаний смесей мелкого гравия и песков различной крупности с размером частиц 2-5мм и 0,05-0,1мм в различных пропорциях, а так же исходных грунтов.



*Рис. 3.10. Зависимости вертикальных деформаций от напряжений для смесей песков с размером частиц 2-5мм и 0,05-0,1мм в различных пропорциях*

Хорошо заметно, что при введении в смесь крупных включений достаточно сильно проявляется пиковая прочность, превышающая остаточную на 20%. Это может быть объяснено армирующим действием включений, которые препятствуют образованию поверхностей скольжения. После

образования поверхностей скольжения прочность практически не отличается от прочности вмещающего грунта без включений.

На рисунке 3.11 представлены результаты испытаний смесей песков с размером частиц 0,8-1,4мм и 0,05-0,1мм в различных пропорциях, а так же исходных грунтов.

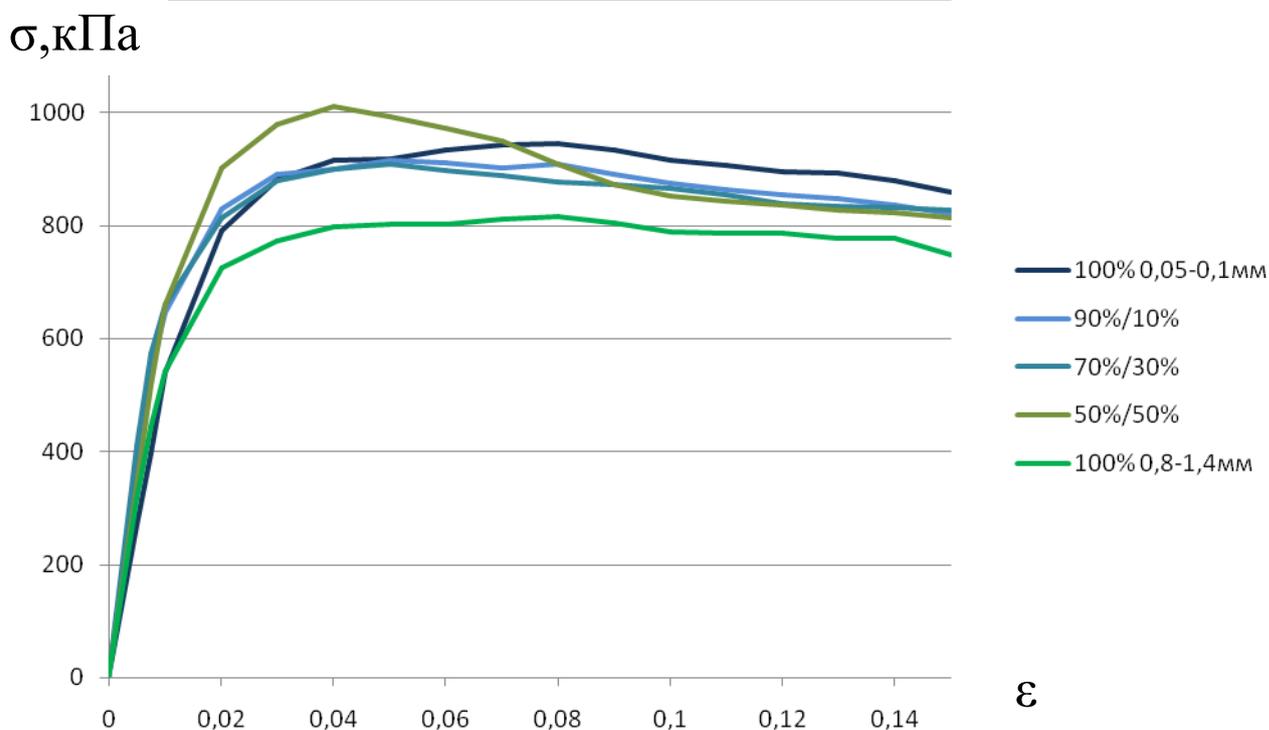


Рис. 3.11. Зависимости вертикальных деформаций от напряжений для смесей песков с размером частиц 0,8-1,4мм и 0,05-0,1мм в различных пропорциях

Как и в случае с гравелистыми включениями, для включений крупного песка характерно проявление пиковой прочности. Необходимо отметить, что прочность песчаного образца с включениями в целом ниже прочности вмещающего грунта, что объясняется концентрацией напряжений вокруг включений и более раннему переходу в предельное состояние.

На рисунке 3.12 представлены результаты испытаний смесей песков с размером частиц 0,5-0,8мм и 0,05-0,1мм в различных пропорциях, а так же исходных грунтов.

В связи с небольшим соотношением диаметров частиц включений и вмещающего грунта, влияние на прочность незначительно. Из рисунка видно, что с изменением соотношения в смеси прочность плавно меняется от максимальной для вмещающей среды до минимальной для включений без заполнителя.

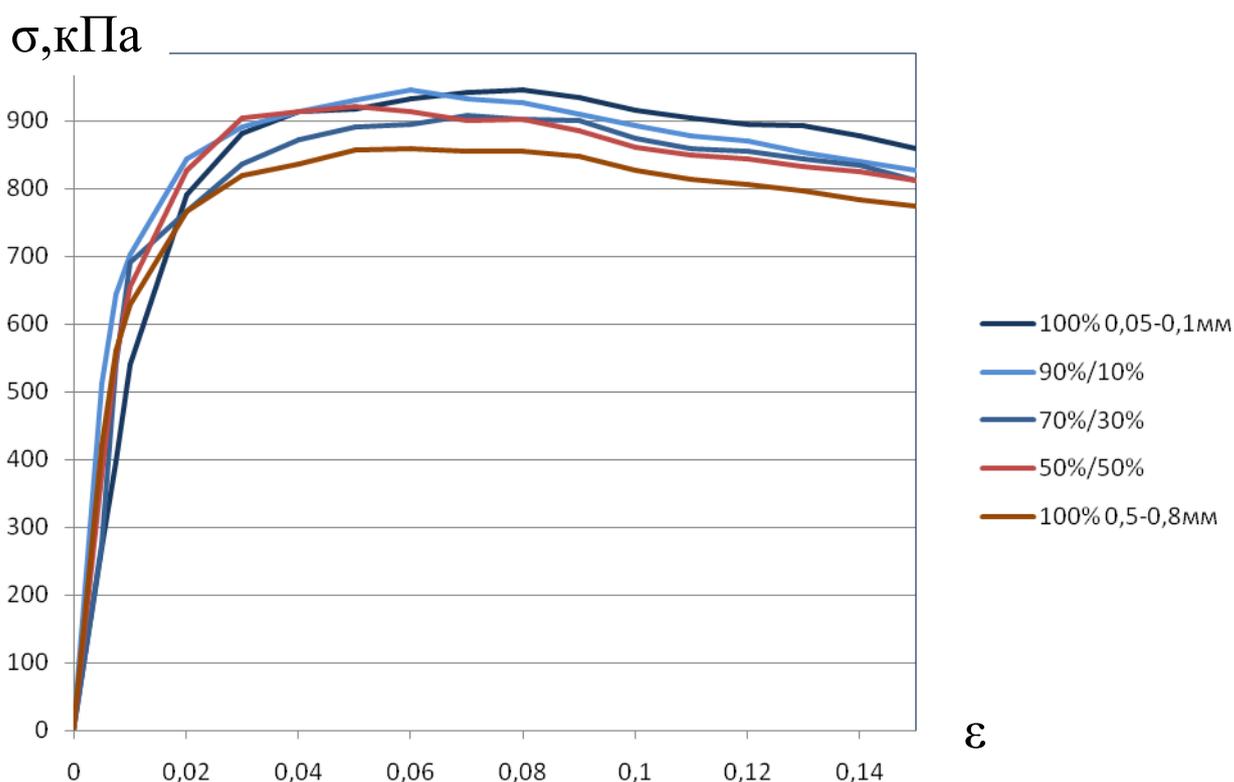


Рис. 3.12. Зависимости вертикальных деформаций от напряжений для смесей песков с размером частиц 0,5-0,8мм и 0,05-0,1мм в различных пропорциях

### **3.2.6. Факторный анализ результатов трехосных испытаний**

В таблице представлен план факторного эксперимента для значения тангенса угла внутреннего трения. Факторы и их уровни приняты такими же, как и для компрессионных испытаний. В связи с высокой сходимостью результатов число повторений каждого опыта принималось равным 3.

Таблица 3.6. План факторного эксперимента для значений тангенса угла внутреннего трения

№№ опытов	Факторы		Отклики (значения tgφ)					S <sup>2</sup> <sub>yn</sub> , 10 <sup>-3</sup>
	X1	X2	Y1	Y2	Y3	Yn	Yp	
1	1	1	0,816	0,832	0,825	0,824		6,56
2	0	1	0,786	0,796	0,792	0,791		4,12
3	-1	1	0,765	0,769	0,766	0,767		1,73
4	1	0	0,749	0,789	0,77	0,769		16,3
5	0	0	0,765	0,786	0,778	0,776		8,66
6	-1	0	0,759	0,786	0,772	0,773		11,05
7	1	-1	0,759	0,776	0,769	0,768		6,98
8	0	-1	0,765	0,769	0,766	0,767		1,73
9	-1	-1	0,765	0,786	0,775	0,776		8,6
							ΣS <sup>2</sup> <sub>yn</sub> =	65,77

Для проверки однородности ряда построчных дисперсий рассчитаем значение критерия Кохрена по формуле (3.3).

$S_{yn}^{2\max}$  - наибольшая в ряду дисперсия, равна 0,01634;  $N_0=9$  - число опытов с дублированием.

$$G^{расч} = \frac{0,01634}{0,06577} = 0,248$$

Для полученной величины  $G^{расч}$ , используя  $G$  - критерий Кохрена, при уровне значимости  $\alpha = 0.05$ , степени свободы  $f_n = 2$  и числе опытов  $N=9$  найдем табличное значение  $G^{табл} = 0,4775$ . Поскольку  $G^{расч}$  меньше табличного значения - ряд дисперсий можно считать однородным. Средняя дисперсия для каждого проведенного опыта рассчитывается по формуле (3.4).

Таким образом, значение средней дисперсии равно  $S_y^2 = \frac{0,06577}{9} = 0,007308$ .

Число степеней свободы анализируемого эксперимента

$$f_1 = N(n - 1) = 9(3 - 1) = 18$$

Таблица 3.7. Расширенная матрица плана  $3^2$

№№ ОПЫТОВ	X0	X1	X2	X1	X1 <sup>2</sup>	X2 <sup>2</sup>	Yn
				X2			
1	1	1	1	1	1	1	0,824
2	1	0	1	0	0	1	0,791
3	1	-1	1	-1	1	1	0,767
4	1	1	0	0	1	0	0,769
5	1	0	0	0	0	0	0,776
6	1	-1	0	0	1	0	0,773
7	1	1	-1	-1	1	1	0,768
8	1	0	-1	0	0	1	0,767
9	1	-1	-1	1	1	1	0,776

#### 4. Расчет коэффициентов регрессии

Для расчетов коэффициентов регрессии воспользуемся расширенной матрицей плана  $3^2$  (табл.3.7) и формулой 3.6.

Вычисленные по формулам (3.8-3.9) коэффициенты регрессии имеют следующие значения:

	B <sub>0</sub>	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	B <sub>3</sub>	B <sub>4</sub>	B <sub>5</sub>
tanφ	0,779	0,005	0,00789	0,00722	0,5197	0,5214

Так как число повторов (дублей) в опытах было одинаково и равно  $n = 3$ , то дисперсия оценок коэффициентов при учете условия нормировки будет вычисляться по формуле (3.10):

$$S_{bj}^2 = \frac{0,007308}{(3-1) \cdot 9} = 0,000406$$

Коэффициенты регрессии, посчитанные по формулам (3.8-3.9), считаются значимыми, если выполняется условие (3.11), где  $t_{\alpha, f_1} = 2,1009$  - критерий Стьюдента, для  $\alpha = 0.05$  - уровень значимости и  $f_1 = 18$  - число степеней свободы;  $S_{bj} = \sqrt{S_{bj}^2}$  - среднеквадратичная ошибка в определении  $i$ -го коэффициента регрессии;  $i = 0,1,2,\dots,5$ . Статистически незначимые коэффициенты исключаются из модели.

Таким образом, уравнение регрессии (3.6) принимает вид:

$$Y = 0,779 + 0,005 \cdot X_1 + 0,00789 \cdot X_2 + 0,00722 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,519667 \cdot X_1^2 + 0,521444 \cdot X_2^2$$

### 5. Проверка адекватности модели

Получив уравнение регрессии, проверим его на адекватность. Для этого воспользуемся критерием Фишера, расчетное значение которого определяется по формуле (3.12). Дисперсия неадекватности определяется по формуле (3.13).

Число степеней свободы  $f_2$  определяется по формуле (3.14):

Определяем требуемые параметры:

$$f_2 = 3,$$

$$S_{\text{неадекват}}^2 = 1,111 \cdot 10^8,$$

$$F_{f_1 f_2}^{\text{расч}} = 0.853.$$

Критерий Фишера, соответствующий степеням свободы  $f_1 = 18$  и  $f_2 = 3$ , равен

$$F_{f_1 f_2}^{\alpha} = 0,867$$

Сравнивая значения  $F_{f_1 f_2}^{\text{расч}}$  и  $F_{f_1 f_2}^{\alpha}$ , видим, что  $F_{f_1 f_2}^{\text{расч}} < F_{f_1 f_2}^{\alpha}$ . Следовательно, гипотеза об адекватности уравнения регрессии (3.11) верна.

### 3.2.7 Зависимость угла внутреннего трения от гранулометрического состава

По результатам анализа эксперимента по определению тангенса угла внутреннего трения были построены графики зависимости значения угла

внутреннего трения от относительного размера частиц (рис. 3.13) и их процентного содержания (рис. 3.14).

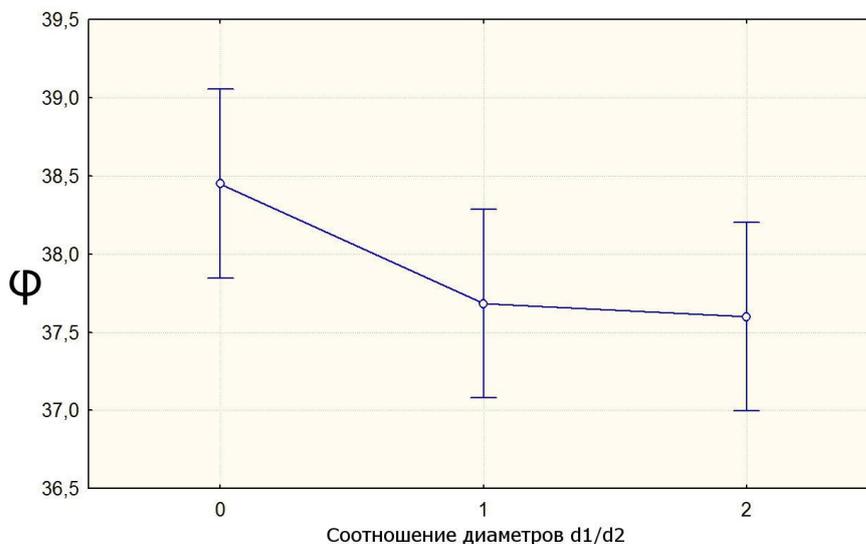
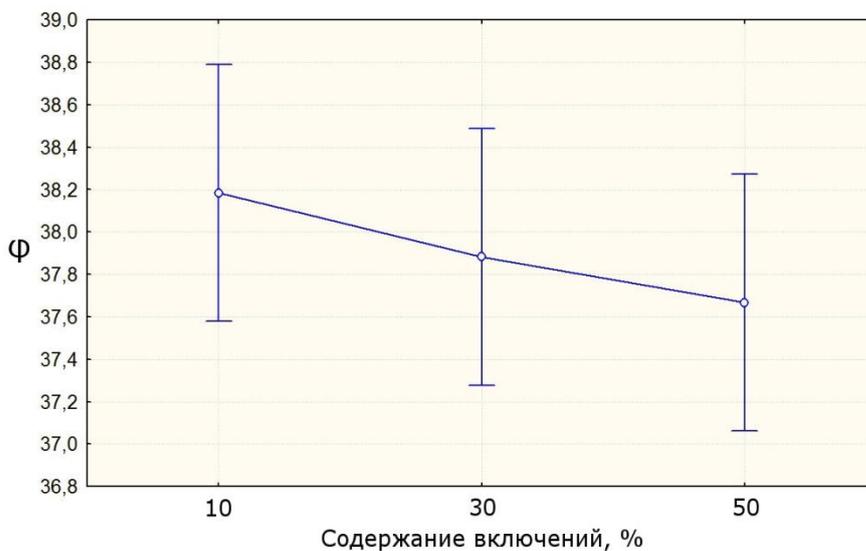


Рис. 3.13. Изменение угла внутреннего трения в зависимости от соотношения диаметров частиц включений ( $d_1$ ) и заполнителя ( $d_2$ )

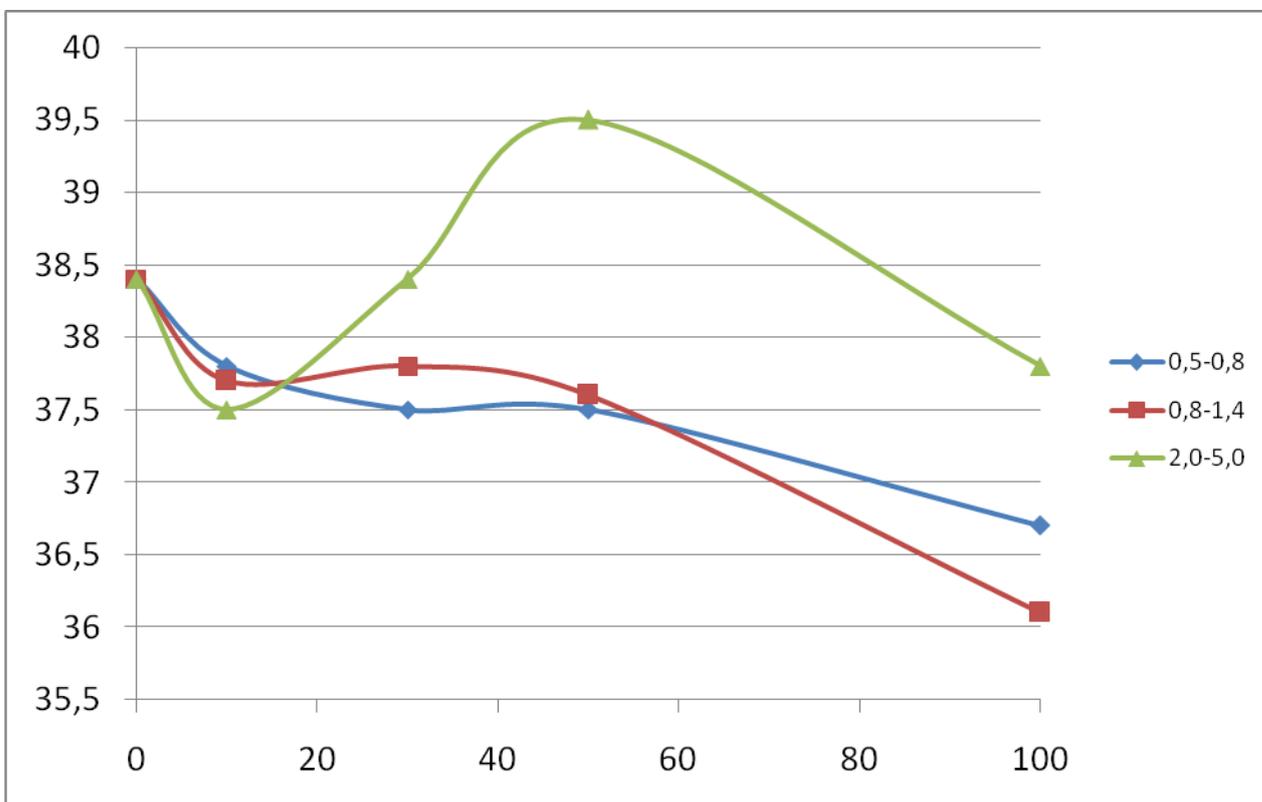
Из представленного графика видно, что увеличение соотношения диаметров вплоть до 30 приводит к снижению угла внутреннего трения вплоть до 2,5%, а дальнейшее увеличение серьезного влияния на величину не оказывает. Это может объясняться тем, что появление в однородном грунте включений приводит к появлению концентраторов касательных напряжений и приводит к более ранней потере прочности вследствие развития пластических деформаций.



*Рис. 3.14. Изменение угла внутреннего трения в зависимости от процентного содержания включений*

Та же закономерность наблюдается и на графике зависимости величины угла внутреннего трения от процентного содержания включений. С ростом содержания включений значение угла внутреннего трения монотонно снижается, что подтверждает гипотезу о развитии пластических зон вокруг включений и потере устойчивости в элементарном объеме.

По результатам проведенных экспериментов могут быть построены графики изменений угла внутреннего трения в зависимости от процентного содержания для трех различных заполнителей (рис. 3.15).



*Рис. 3.15. Изменение угла внутреннего трения в зависимости от процентного содержания каждого из видов заполнителей*

Из графика видно, что для наиболее мелкого заполнителя (0,5-0,8мм) значение угла внутреннего трения практически монотонно снижается в пределах 5%. С увеличением размера заполнителя зависимость перестает быть монотонной и проявляется максимум в области 50% включений, наиболее

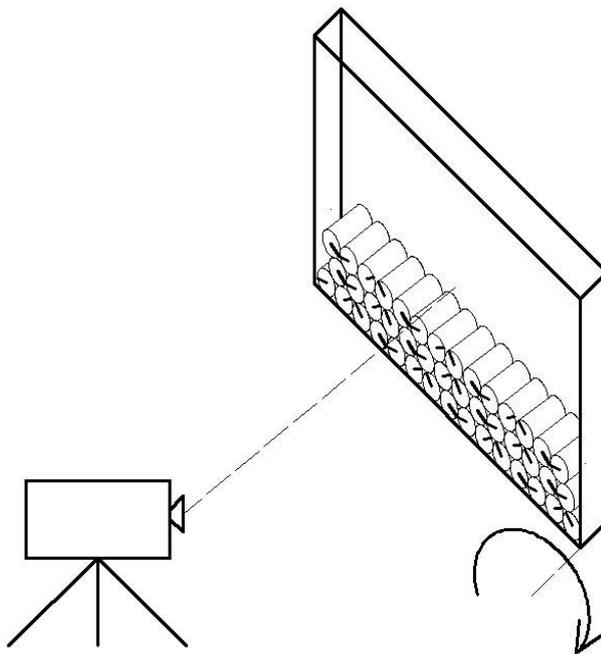
выраженный для самых крупных включений. Можно предположить, что увеличение угла внутреннего трения в этой области связано с армирующим действием крупных включений, которые препятствуют сдвигу по поверхностям скольжения, образующимся в заполнителе.

Данное явление может использоваться при подборе состава песчано-гравийных смесей для искусственных оснований, а также насыпей и дамб.

### **3.3. Испытания в приборе для определения угла естественного откоса**

Для наглядного рассмотрение механического движения отдельных частиц при сдвиге был собран испытательный стенд, функционально повторяющий прибор для определения угла естественного откоса (рис. 3.16). Установка представляет собой вертикальный ящик с прозрачными стенками размером 300х300мм, установленными с зазором в 20мм. Ящик шарнирно закреплен на неподвижном основании, что позволяет плавно наклонять его относительно горизонта и измерять угол наклона. Размер моделей в этом случае подбирался таким образом, чтобы обеспечить одномерность всего испытания, т.е. длина цилиндров составляла порядка 18мм.

Прозрачные стенки прибора позволяли проводить видеозапись эксперимента для последующего анализа раскадровки.



*Рисунок 3.16 Прибор для определения угла естественного откоса с возможностью видеofиксации.*

#### **3.3.1. Влияние шероховатости на прочностные свойства образца грунта**

Необходимо отметить, что на прочностные свойства образца влияет не только шероховатость поверхности и окатанность частиц, но и гранулометрический состав грунта, а также плотность его сложения и плотность частиц. В данной работе для приближения к идеальной модели в каждом испытании использовались частицы одного размера в максимально плотной упаковке. При этом на первое место выдвигается устойчивость каждой отдельной частицы, в свою очередь определяемая трением по боковой поверхности и наличием выступов.

Для анализа влияния шероховатости и окатанности отдельных частиц на прочностные свойства образца грунта были рассмотрены идеальные модели частиц, наглядно проявляющие те или иные свойства. В качестве моделей были выбраны деревянные цилиндры с различной шероховатостью, пластмассовые цилиндры, металлические шарики. Все выбранные модели загружались в установку. По результатам опыта были получены значения угла естественного откоса для различных моделей с различным трением по поверхности. Трение торцов моделей о стенки прибора не учитывалось.

Трение по образующей цилиндров, а также силы, действующие на каждую частицу, подробно рассмотрены в работе И.И. Кандаурова [Кандауров, 1966]. При этом особые требования предъявляются к материалу цилиндров, моделирующих частицы. Для адекватного воспроизведения процессов, имеющих место в реальном несвязном грунте, необходимо сохранить соотношение между весом каждой частицы и силой трения по ее поверхности. В этой связи для более наглядной иллюстрации процессов, имеющих место в образце, были выбраны частицы с различным соотношением между силой трения и собственным весом.

Ниже приведена таблица 3.8 с результатами испытаний для различных моделей, в которой приведены значения угла естественного откоса для частиц различного размера и плотности:

Табл.3.8.

Модель	Размеры, мм	Вес, г	Угол естественного откоса
Деревянные цилиндры	L=18, D=8	1,06	60°
Шероховатые деревянные цилиндры	L=18, D=6	0,632	52°
Пластмассовые цилиндры	L=18, D=16	1,475	75°
Металлические шары	D=18	28,08	88°

Таким образом, по результатам лабораторного эксперимента, максимальную прочность проявляет образец, составленный из металлических шаров. Но важным показателем является то, что эксперимент проводился на одной установке, соответственно при упаковке частиц, пропорциональность между диаметром и длиной самого образца для разных частиц не была соблюдена. Вследствие этого не удалось полностью избежать масштабного эффекта, и результаты для металлических шаров могут быть не вполне достоверными.

Выстроив математическую модель данного эксперимента с сохранением всех пропорций, мы получаем, что наибольшим углом откоса обладает упаковка из металлических шаров. Это объясняется большим весом каждой отдельной частицы и, как следствие, большей величиной нормального к поверхности контакта усилия.

В оставшихся трех моделях угол естественного откоса зависит исключительно от соотношения веса частицы и удерживающей силы трения. Модель образца, состоящая из пластмассовых цилиндров, продемонстрировала большой угол естественного откоса вследствие небольшого собственного веса частиц. В результате этого при увеличении угла наклона к горизонту не

происходит потери устойчивости отдельных частиц и лавинообразного обрушения склона.

Результаты для деревянных цилиндров весьма близки, хотя шероховатые цилиндры меньшего размера продемонстрировали меньший угол естественного откоса. Это можно объяснить тем, что малый вес частиц не позволяет обеспечить достаточную величину силы трения по поверхности, даже несмотря на разные коэффициенты трения.

Таким образом, из проведенного эксперимента можно сделать вывод о влиянии на величину угла естественного откоса как плотности частиц (через величину нормальной к пятну контакта силы), так и шероховатости частиц (через коэффициент трения между частицами). Однако, в случае реального грунта плотность частиц является величиной, изменяющейся в небольших пределах (2,65-2,75 г/см<sup>3</sup>), следовательно на величину угла естественного откоса будет влиять исключительно степень окатанности частиц.

Кроме того, в образцах, сложенных частицами с относительно малой плотностью, прочность обеспечивается высокой устойчивостью скелета.

### **3.3.2. Вид механического движения частиц при сдвиге**

Для наглядной демонстрации вида механического движения частиц грунта на каждую частицу нанесена контрастная метка, позволяющая контролировать перемещение частицы. В ходе испытания ящик заполняется частицами в плотной упаковке (по углам равностороннего треугольника), после чего плавно увеличивается угол наклона. В результате происходит потеря устойчивости склона и лавинообразное обрушение. Этот процесс снимается видеокамерой для дальнейшей раскадровки и анализа.

На рисунке 3.17 приведены силы, действующие на одну частицу. Уравнения равновесия для отдельной частицы в этом случае принимают следующий вид:

$$x : 2N_{i-1} + mg_i - 2N_i = 0 \quad (3.15)$$

Где

$$= mg_i \cdot \cos\alpha \quad (3.16)$$

Отсюда можно найти выражение для нормальной силы на контакте между частицами для  $i$ -го слоя:

$$N_i = \frac{i}{2} mg \quad (3.17)$$

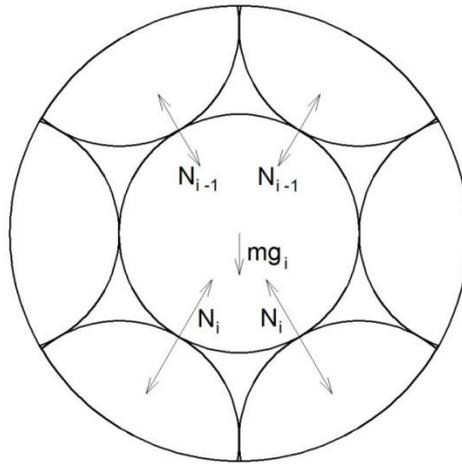


Рисунок 3.17. Силы, действующие на отдельную частицу при плотной упаковке частиц сферической формы.

При проведении испытания выяснилось, что угол, при котором происходит потеря устойчивости склона составляет  $60^\circ$  и не зависит от количества слоев частиц, уложенных в испытательный стенд. Это легко объясняется рассмотрением равновесия отдельно взятой частицы в плотной упаковке. При достижении угла  $60^\circ$  система переходит из устойчивого равновесия в неустойчивое, происходит потеря устойчивости отдельной частицы и всего склона в целом.

Анализ полученных видеоматериалов наглядно показал, что потеря устойчивости склона происходит в следующем порядке (рис 3.18.):

1. Отдельная частица в верхнем слое теряет устойчивость вследствие случайных процессов (избыточного веса, большей окатанности) и меняет свое положение;
2. Под действием импульса от первой частиц весь слой некоторое время

плоскопараллельно перемещается (скользит) по нижележащему слою;

3. По мере исчерпания начального импульса происходит переход к более энергетически выгодному виду движения - качению. При этом вектор движения приложен к центру тяжести частицы, а на ее периметре появляется сила трения. Эти силы образуют пару сил, возникает момент, приводящий к качению частиц и лавинообразному обрушению.

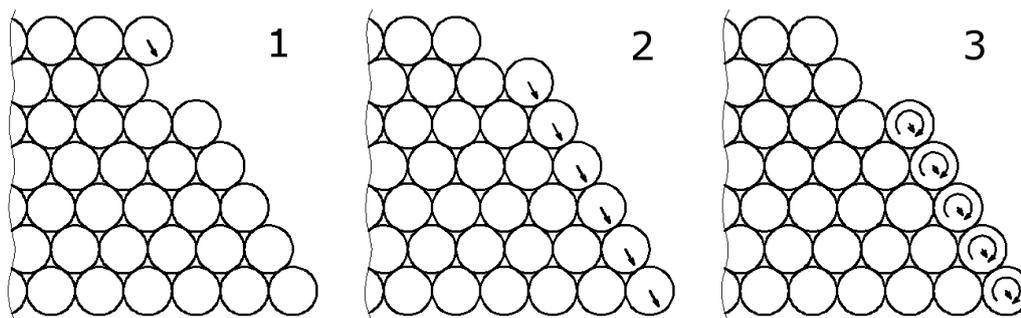
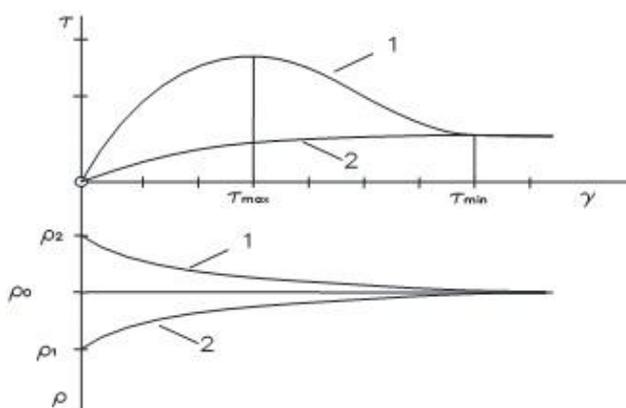


Рисунок 3.18. Механизм потери устойчивости слоя плотной упаковки частиц.

Таким образом, именно переход от трения скольжения к трению качения приводит к лавинообразному соскальзыванию слоя частиц.

Это явление может быть обнаружено при кинематическом сдвиговом испытании реального образца грунта. На зависимости касательных напряжений от деформаций (рис.3.19, график 1) видно, что после достижения некоторого пикового значения прочность образца снижается до величины остаточной прочности. Очевидно, что в этот момент трение скольжения в образце полностью переходит в трение качения, и, как следствие, снижается необходимое для сдвига усилие.



*Рисунок 3.19. Схематическая зависимость касательных напряжений от деформаций.*

Сказанное выше справедливо для переуплотненного образца несвязного грунта, в котором при начале испытания частицы находятся в плотном контакте друг с другом и, следовательно, внутреннее трение реализовано полностью. В процессе испытания грунт разуплотняется. Для недоуплотненного грунта (рис.3.19, график 2) подобного не наблюдается и напряжение плавно возрастает вместе с деформациями. При этом грунт уплотняется.

То же явление можно наблюдать и в испытательном стенде – при потере устойчивости слои смещаются друг относительно друга, вследствие чего увеличивается общая высота слоя частиц, снижается трение между ними.

Из проведенного опыта следует, что влияние вида трения на прочностные свойства грунтов весьма значительно. Очевидно также, что в случае реального несвязного грунта степень окатанности частиц будет существенно влиять на соотношение пиковой и остаточной прочности всего образца при сдвиге.

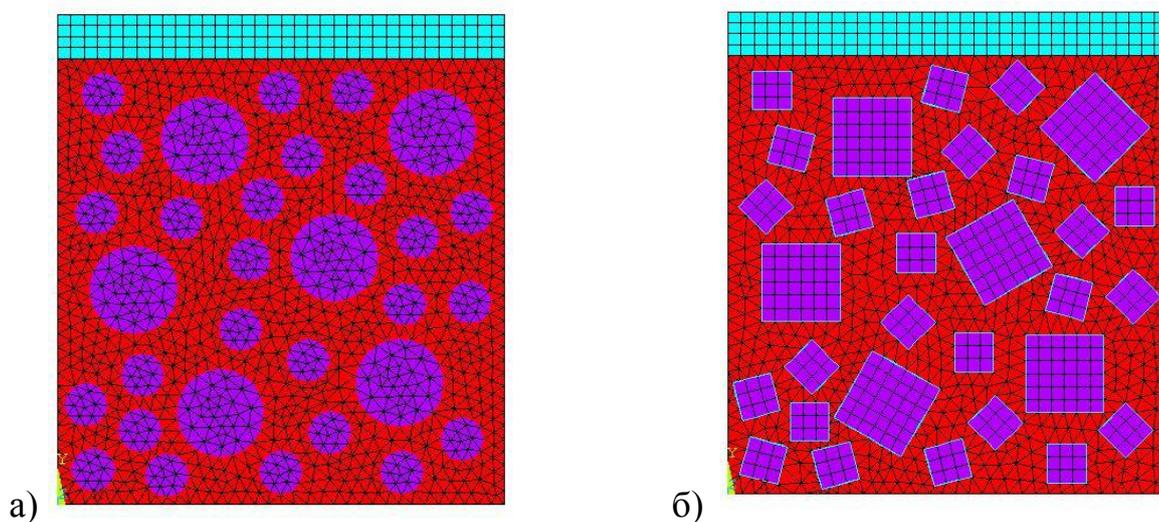
#### **3.4. Проведение виртуальных экспериментов**

Проведение виртуальных экспериментов позволяет существенно упростить определение механических характеристик неоднородных грунтов, так как позволяет моделировать задачи любой размерности, учитывать сложное строение элементарного объема и особенности взаимодействия заполнителя и включений. В отличие от реальных лабораторных испытаний, виртуальные эксперименты не требуют применения специального оборудования и проходят значительно быстрее.

Для определения деформационных и прочностных характеристик неоднородных грунтов использовались две модели, в которых крупные частицы подчиняются линейному закону деформирования, а закон деформирования вмещающей среды описывается кривой, полученной из компрессионных испытаний реального образца грунта. В первом варианте модели частицы

имеют круглую форму, во втором – квадратную, причем процентное содержание частиц в обоих случаях равное (30%). Решение проводилось в плоской постановке. Расчетная схема рассматриваемой модели представлена на рисунке 3.20.

Необходимо отдельно отметить, что взаимодействие частиц с вмещающей средой отражено в модели применением контактных элементов с заданными коэффициентом трения, сцеплением и особенностями контакта. В этом состоит важное отличие рассматриваемой модели от прочих, где предполагается полное слипание частиц с вмещающей средой.



*Рис. 3.20. Конечно-элементные модели элементарных объемов с а) круглыми включениями, б) квадратными включениями*

Для каждого варианта модели были рассмотрены случаи, когда частицы обладают жесткостью значительно превышающей жесткость вмещающего грунта, а так же случаи, когда жесткость включений незначительна (поры). Для сравнения так же приведены результаты математического моделирования НДС грунта с включениями конечной жесткости в условиях компрессионного сжатия и сдвига.

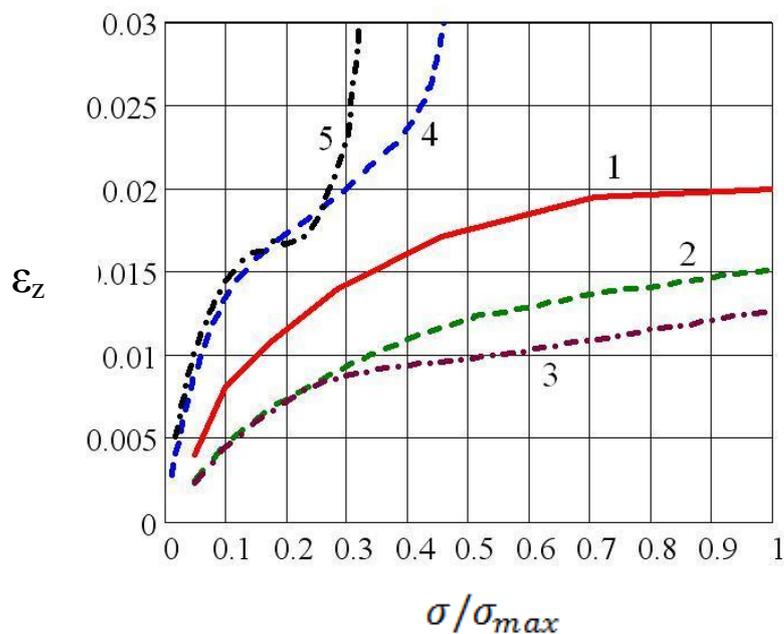
Значение модуля деформации для включений составило 100000 МПа, применялась линейно-упругая модель. Для задания закона деформирования заполнителя применялась кривая, полученная по результатам реальных

компрессионных испытаний глинистого грунта, применялась мультилинейная модель. Модуль деформации в различных диапазонах напряжений изменялся в пределах от 15 до 56 МПа.

### **3.4.1. Компрессионные испытания**

В случае компрессионных испытаний описанные выше варианты модели подвергались сжимающему напряжению 500кПа, прикладываемому ступенями, после каждого шага нагрузки производился расчет. По боковым граням модели было наложено условие нулевых горизонтальных перемещений, по нижней – нулевых вертикальных. На контакте включений и заполнителя создавались контактные элементы с коэффициентом трения  $\mu=0,8$  и возможностью проскальзывания.

На основании полученных данных были построены графики зависимости (рис.3.12) относительной вертикальной деформации  $\epsilon$  от отношения  $\sigma/\sigma_{max}$ , где  $\sigma_{max} = 500\text{кПа}$ , где сплошной линией представлены результаты для сплошной среды, пунктирной и штрихпунктирной – для круглых и квадратных включений соответственно. Графики представлены на рисунке 3.21.



*Рис. 3.21. Зависимости  $U_y - \sigma/\sigma_{max}$  по результатам компрессионных испытаний неоднородного грунта*

Как и следовало ожидать, образцы с включениями показали значительно меньшую деформацию (графики 2 и 3), чем образец сплошного вмещающего грунта (график 1). Зависимость напряжения-деформации сплошного образца грунта гладко-нелинейна на протяжении всего эксперимента, а образца грунта с включениями имеет кусочно-нелинейный характер. Последнее связано с тем, что происходит резкое изменение НДС вокруг каждой крупной частицы и их проскальзывание относительно вмещающего грунта, при этом формируются переуплотненные зоны, передающие напряжения от частицы к частице, образуются вертикальные столбики и цепочки частиц, воспринимающих сжимающее напряжение, которые обеспечивают пространственную жесткость дисперсной среды (изополя вертикальных напряжений и деформаций приведены на рис. 3 и 4). Необходимо обратить внимание, что в случае квадратных включений устойчивость этих столбиков больше, что приводит к меньшим деформациям образца. Таким нам представляется механизм армирующего действия включений на вмещающий грунт.

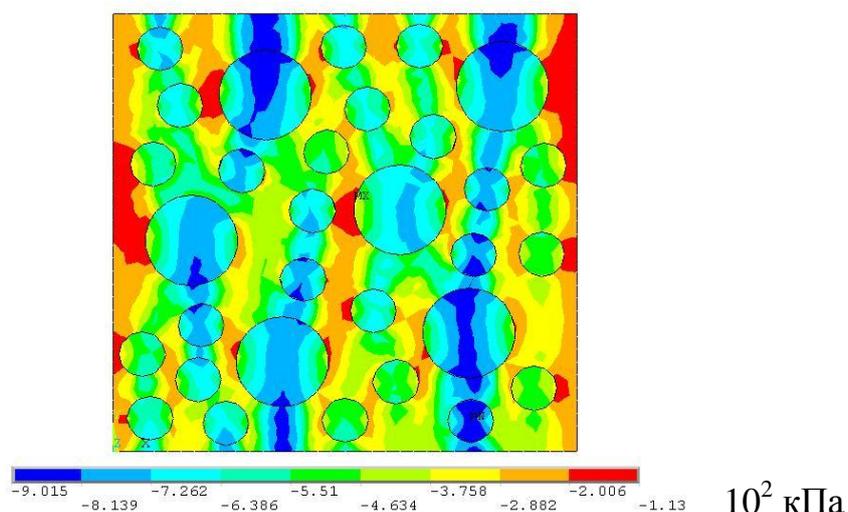
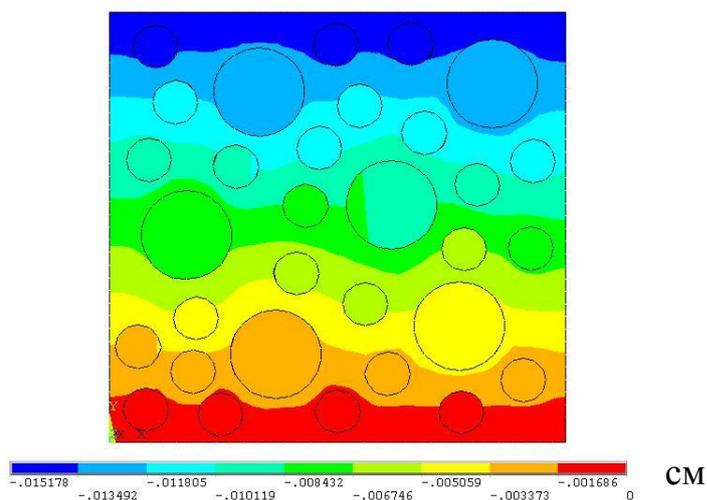
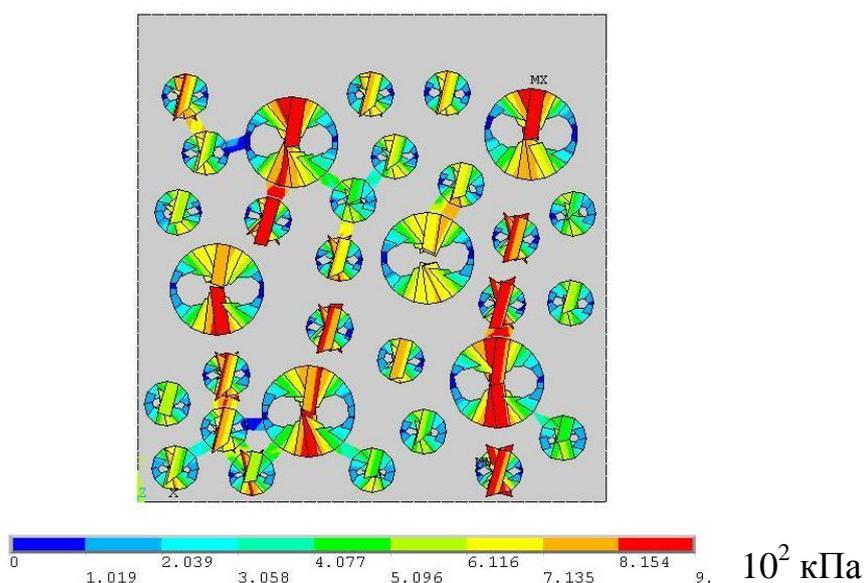


Рис. 3.22. Изополя напряжений  $\sigma_{yy}$  в неоднородном грунте при компрессии



*Рис. 3.23. Изополя перемещений  $U_{yy}$  в неоднородном грунте в условиях компрессии*

Отметим, что контактные напряжения на поверхности частиц могут превышать напряжение, приложенное к образцу в 4-5 раз, что в свою очередь приводит к формированию зон предельного равновесия в отдельных точках образца. При этом возникает необходимость рассмотрения равновесия каждой отдельной частицы, так как не исключено проскальзывание по поверхностям контакта и поворот. Очевидно, что это существенно зависит от формы частиц, а также от их взаимного расположения.



*Рис. 3.24. Эпюры напряжений в неоднородном грунте в контактной зоне между частицами*

В случае компрессионного сжатия горизонтальное движение частиц практически не проявляется. При этом не происходит их проскальзывания, так как они по всему периметру обжаты заполнителем и силы трения полностью активизированы, что следует из рисунка 3.24, на котором представлены однозначные эпюры контактных напряжений.

Интересным представляется результат, полученный для образцов с порами (рис. 3.21, графики 4 и 5). На начальном этапе нагружения образец ведет себя привычным образом, относительные деформации затухают, но при достижении определенного уровня нагрузки происходит резкое возрастание деформаций и кривая образует второй изгиб (!). Очевидно, что это связано с концентрацией НДС вокруг пустот и последующим их схлопыванием. В случае круглых пор (рис. 3.21, график 4) за счет арочного эффекта пустоты сохраняют устойчивость в течение некоторого уровня напряжения, но при дальнейшем возрастании нагрузки пустоты схлопываются. При этом на рисунке 3.25 видно, что потеря устойчивости происходит не обязательно в верхней части поры, а в точке максимального сжимающего усилия.

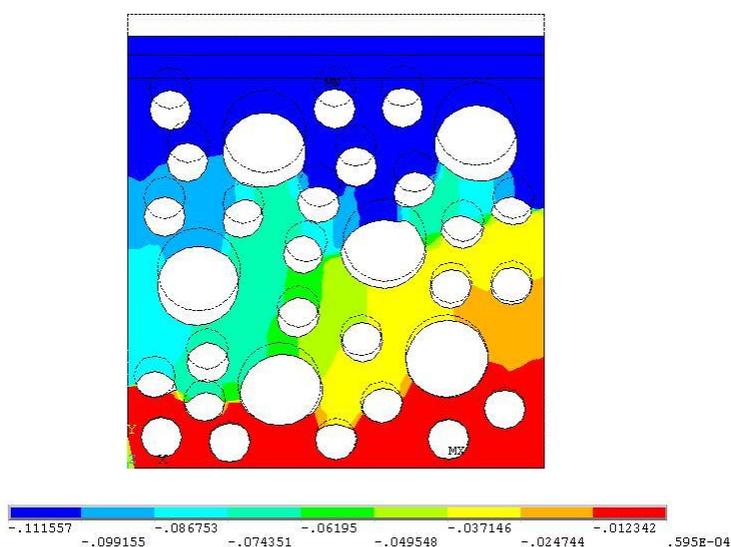


Рис. 3.25. Изополя перемещений  $U_{yy}$  в грунте с порами в условиях компрессии

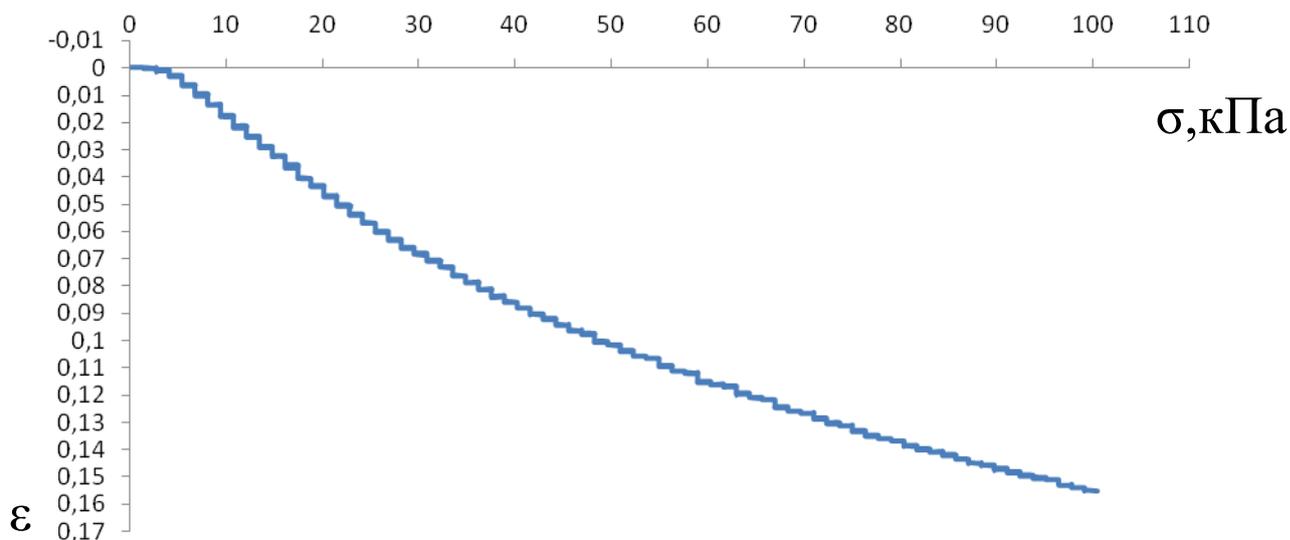
В случае квадратных пор (рис. 3.21, график 5) арочный эффект проявляется слабо и потеря прочности происходит практически мгновенно при

потере устойчивости стенок поры. Возможность моделирования этого явления позволяет более глубокое изучение грунтов, имеющих пористую структуру, таких, как лессы, пемзы, пенобетоны.

Тем не менее, решение подобных задач методом конечных элементов сопряжено с определенными трудностями - при схлопывании пустот и резком увеличении деформаций решение перестает сходиться и задача считается нерешенной, при этом нет возможности анализа результатов. В этой связи задачи о потере устойчивости могут решаться только при максимально возможном приближении к обрушению, но не после него, так как нарушается конфигурация геометрической модели.

Для проверки данного эффекта был проведен дополнительный лабораторный эксперимент, который заключался в компрессионных испытаниях глинистого грунта с искусственными включениями малой жесткости. Включения были выполнены из шариков пенопласта диаметром 2-3 мм. Испытания проводились в кинематическом режиме с целью получить границу, на которой происходит потеря устойчивости стенок пор, содержащих включения малой жесткости.

В результате была получена зависимость относительных вертикальных деформаций от вертикального напряжения, представленная на рисунке 3.26. Дискретность полученной зависимости обусловлена точностью применяемых датчиков, тем не менее прослеживается выраженный практически горизонтальный участок в начале кривой, обычно относящийся к структурной прочности грунта.

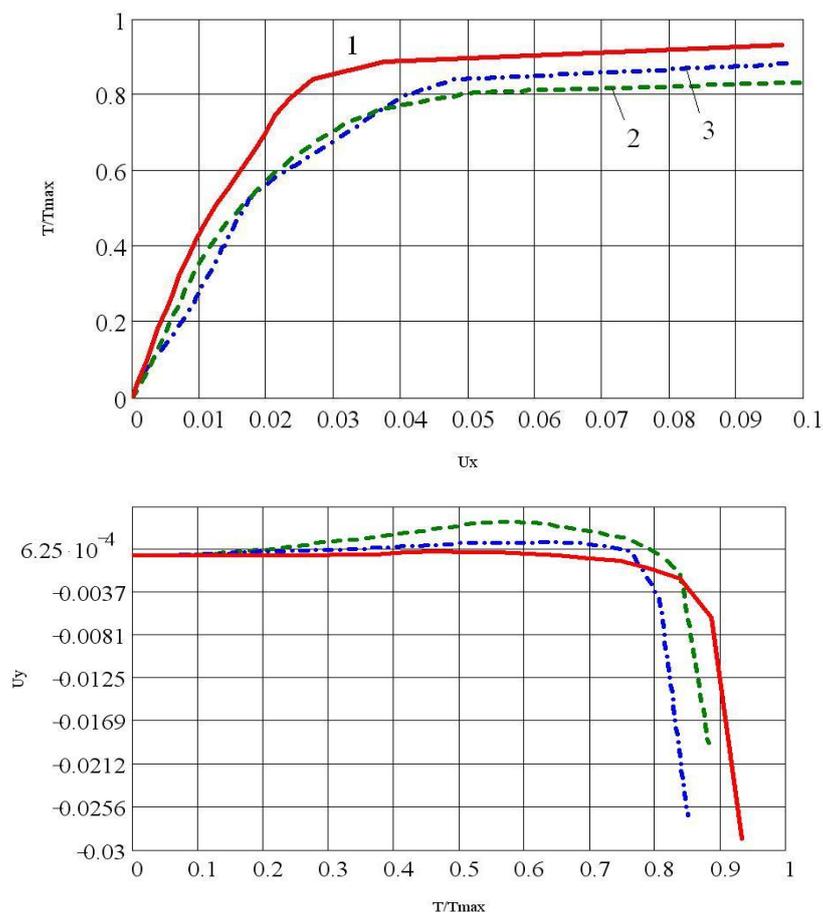


*Рис. 3.26. Зависимость относительных деформаций от вертикальных напряжений, полученная из компрессионных испытаний грунта с включениями малой жесткости.*

Из графика видно, что до величины вертикального напряжения около 4 кПа деформации образца незначительны, после чего начинается сжатие пор с включениями малой жесткости и уплотнение грунта. Таким образом, выявленный при конечно-элементном моделировании механизм потери устойчивости стенок поры может быть причиной проявления структурной прочности при компрессионных испытаниях.

### **3.4.2. Сдвиговые испытания**

Также было смоделировано НДС грунта с включениями при простом сдвиге (многоплоскостной срез путем перекашивания). Для этого фиксировались относительные горизонтальные перемещения противоположных точек образца. Приложение нагрузок выполнялось в два этапа: сначала вертикальная сжимающая, величиной 500кПа, потом горизонтальная сдвигающая. Перекашивание проводилось до достижения угловыми деформациями значения 12-15%. Полученные зависимости угловых деформаций от сдвигающей нагрузки, а также соответствующих им вертикальных перемещений штампа приведены на графиках (рис 3.27).



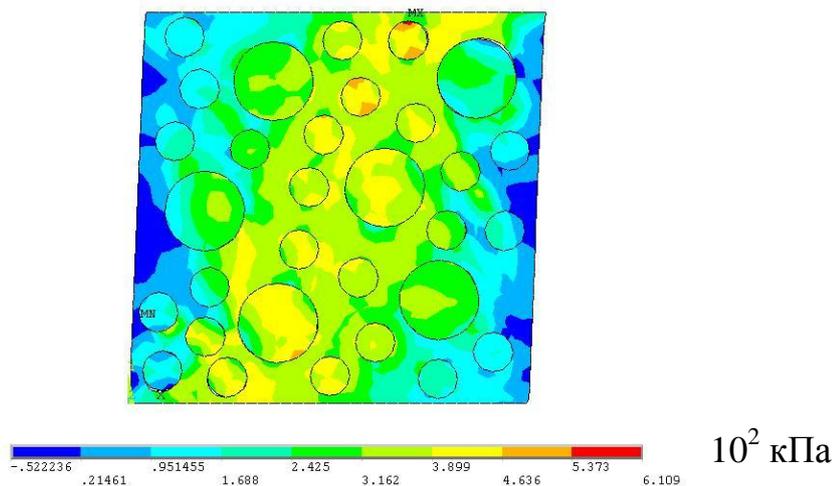
*Рис. 3.27. Зависимости  $U_{xx} - T/T_{max}$  и  $T/T_{max} - U_{yy}$  в неоднородном грунте при перекашивании*

Из графиков видно, что образец с круглыми включениями (рисунок 3.21, график 2) показал меньшую прочность. Это связано с тем, что, несмотря на равенство условий и одинаковое трение по поверхности частиц, в случае квадратных включений (рисунок 3.21, график 3) увеличивается угол внутреннего трения за счет неровностей самих частиц.

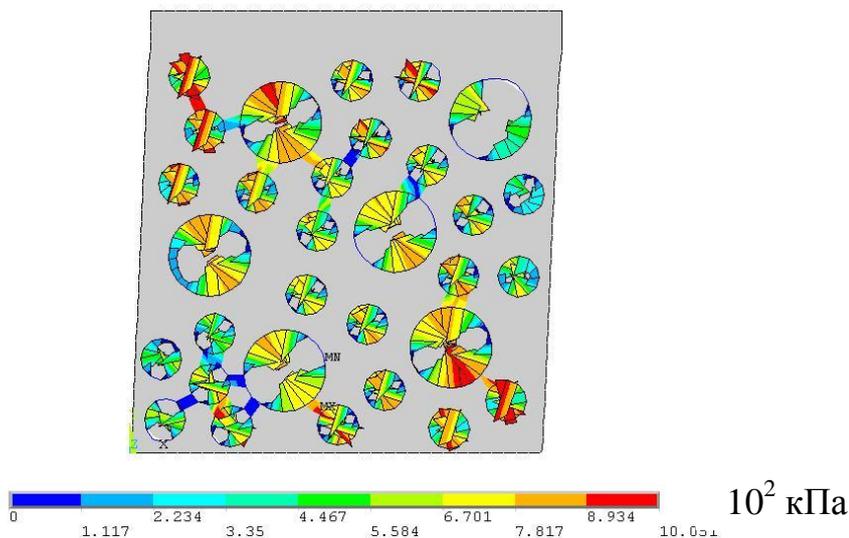
На кривой, описывающей вертикальные перемещения штампа при перекашивании, хорошо просматривается подъем перед потерей устойчивости, являющийся следствием дилатансии. Примечательно, что в математическую модель явление дилатансии не включалось, оно проявилось в связи с постановкой задачи – рассмотрением взаимодействия частиц с учетом свойств контакта включения и заполнителя. Необходимо отметить, что в случае круглых включений дилатансия проявилась более значительно. Очевидно, это

объясняется тем, что перед потерей прочности круглые частицы получают большее перемещение относительно друг друга, чем квадратные, входящие в зацепление друг с другом.

На рисунках 3.28 и 3.29 приведены изополя касательных напряжений и эпюры контактных напряжений соответственно. Хорошо видно, что в отдельных точках контактные напряжения снижаются до нуля, что связано с образованием зон полной разгрузки.



*Рис. 3.28. Изополя касательных напряжений в неоднородном образце грунта при перекашивании*



*Рис. 3.29. Эпюры контактных напряжений в неоднородном грунте при перекашивании*

В этом принципиальное различие поведения дисперсного неоднородного грунта и композитного материала, в котором принято полное слипание компонент. В элементарном объеме грунта включения не работают на растяжение, и их армирующее действие на образец проявляется только при сжатии. В случае растяжения они, напротив, являются концентраторами напряжений и приводят к более ранней потере устойчивости.

### **3.4.3. Влияние основных факторов формирования модели на вариацию эквивалентных характеристик**

Исходя из полученных в результате виртуальных экспериментов данных, можно сделать выводы о закономерностях распределения напряжений и деформаций в неоднородном образце в зависимости от формы, размера и жесткости частиц.

Очевидно, что при прочих равных условиях форма частиц оказывает значительное влияние на свойства всего образца. Угловатые частицы имеют меньше возможностей к повороту и взаимному перемещению, что влияет на угол внутреннего трения грунта и на устойчивость цепочек частиц под нагрузкой. Более высокая устойчивость приводит также к разгрузке вмещающего грунта и концентрации напряжений в частицах. В то же время, круглые частицы вызывают существенно меньшую концентрацию напряжений

Жесткость частиц также имеет большое значение. При рассмотрении абсолютно жестких частиц решение задачи сводится к взаимодействию многочисленных включений со вмещающей средой, а деформация образца в целом происходит исключительно за счет деформации вмещающего грунта. Частицы конечной жесткости требуют рассмотрения контактных задач на поверхности частиц. В случае с порами существенное значение оказывает устойчивость стенок пор, в свою очередь зависящая от формы пор и прочностных свойств вмещающего грунта.

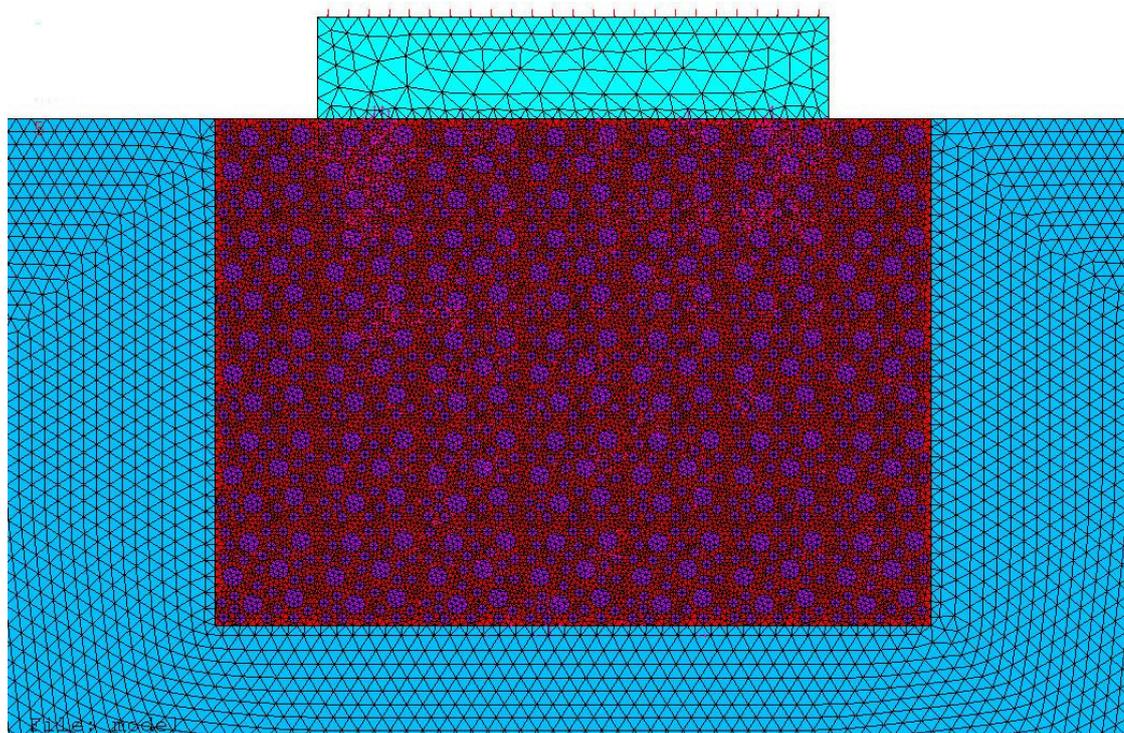
С использованием рассматриваемой модели возможно не только изучение

взаимодействия частиц, существенно различающихся по свойствам и грансоставу, но и моделирование свойств искусственных оснований (песчаных подушек), широко применяемых в строительстве. Модель позволяет с высокой достоверностью определять характеристики песчаных подушек с высоким коэффициентом неоднородности, при этом ограничить применение испытаний на нестандартных приборах, а также подобрать оптимальное процентное соотношение включений в грунте искусственного происхождения для достижения максимального эффекта.

#### **3.4.4. Моделирование задачи о действии штампа на полупространство, сложенное неоднородным грунтом**

Одним из возможных применений проведенных исследований может быть определение оптимального эквивалентного модуля деформации неоднородного грунта в широком диапазоне напряжений в зависимости от гранулометрического состава песчаной подушки. В качестве примера нами была рассмотрена задача о действии жесткого штампа на полуплоскость, усиленную песчаной подушкой, механические характеристики которого получены согласно описанной выше методике. К жесткому штампу приложена полосовая нагрузка 500кПа. Модель представлена на рисунке 3.30.

Особенностью этой составной расчетной модели является расположение непосредственно в активной зоне дисперсной среды, отражающей поведение частиц, в то время как весь остальной массив выполнен из сплошного материала, обладающего характеристиками неоднородного. Такой подход к постановке задачи позволяет избежать краевых эффектов, не требуя значительных машинных ресурсов, а также детально рассмотреть контактные напряжения под штампом. В этом случае нет необходимости моделировать каждую частицу в отдельности, так как есть возможность весь неоднородный массив заменить сплошным массивом с эквивалентными характеристиками.



*Рисунок 3.30. Центральная часть конечно-элементной модели задачи о действии штампа на полупространство, сложенное неоднородным грунтом.*

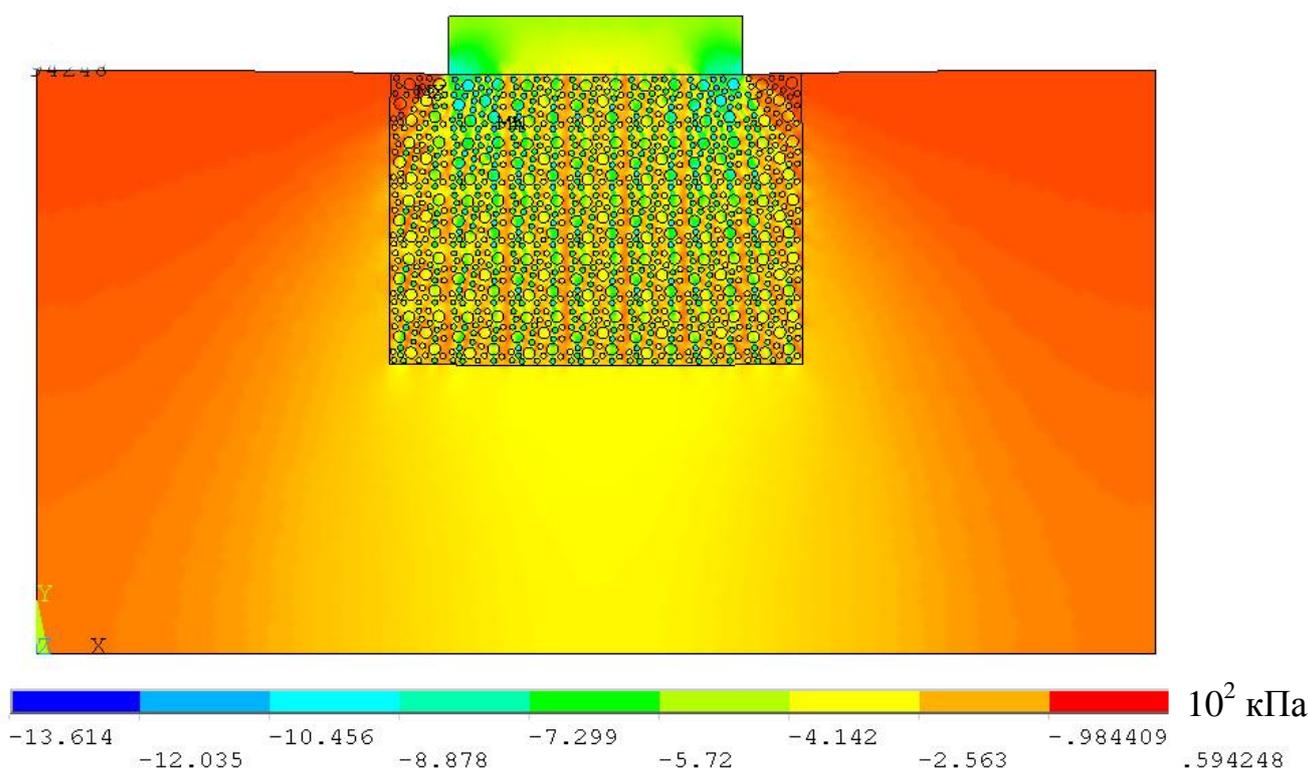
В результате расчета была получена осадка штампа, составившая 10,1 см. НДС, созданное штампом, имеет некоторые существенные отличия от НДС в сплошных однородных средах.

При нагрузке на штамп 500 кПа контактные напряжения на поверхности отдельных частиц достигают 1300 кПа. Очевидно, что вмещающий грунт на этих участках находится в предельном состоянии и нагрузка передается через непосредственный контакт между частицами. При рассмотрении НДС заметно образование цепочек частиц, воспринимающих сжимающую нагрузку (рис. 3.31). При этом за пределами неоднородного массива напряжения выравниваются, а изолинии вертикальных и горизонтальных деформаций (рисунки 3.32) остаются гладкими, что свидетельствует об идентичной работе неоднородного массива с смоделированными включениями и однородного массива с эквивалентными характеристиками.

Необходимо отметить, что контактные напряжения под штампом существенно неравномерны и изменяются от 750 кПа до 150 кПа. Эпюра

контактных напряжений представлена на рисунке 3.33. Эта неравномерность объясняется несоблюдением масштаба включений и штампа в модели, и для реального фундамента будет существенно меньше. Тем не менее, необходимо учитывать, что жесткие включения непосредственно под подошвой фундамента могут приводить к локальному разрушению конструкций и переходу грунта в предельное состояние.

В целом расчет демонстрирует практическую возможность применения уточненных механических характеристик песчаной подушки при расчете осадок высотных сооружений.



*Рис. 3.31. Изополя вертикальных напряжений в неоднородном грунте под плоским штампом*

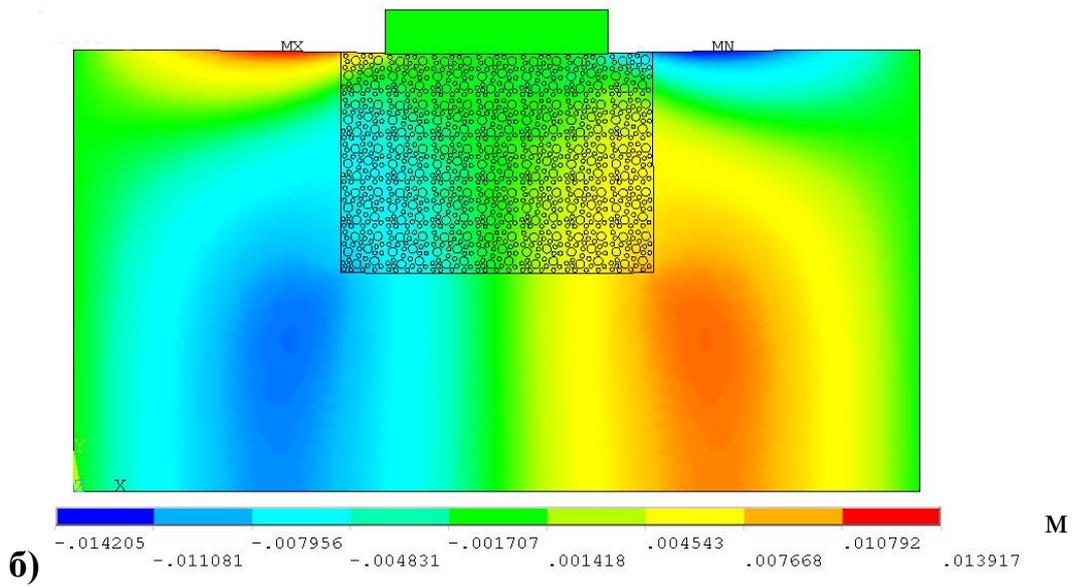
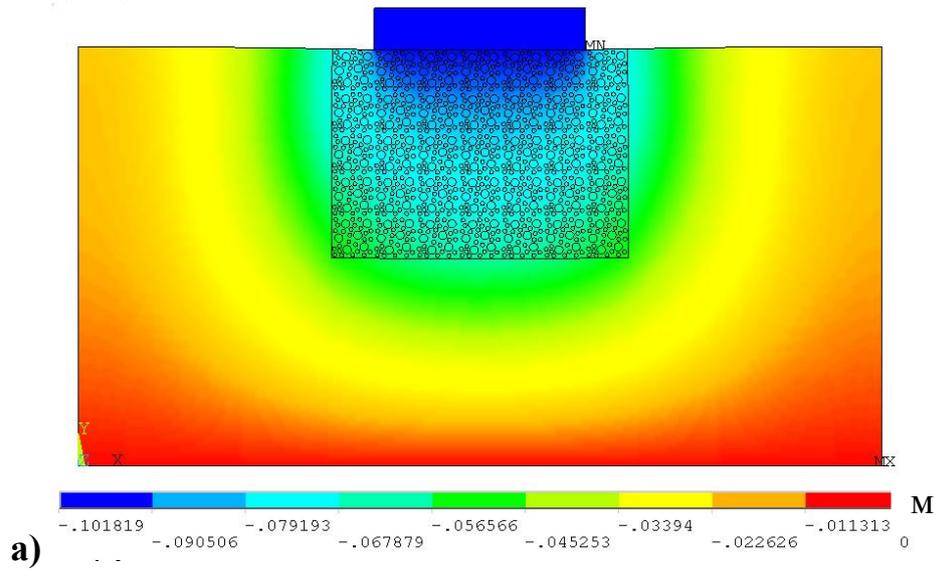


Рис. 3.32. Изополя вертикальных (а) и горизонтальных (б) перемещений в неоднородном грунте под плоским штампом

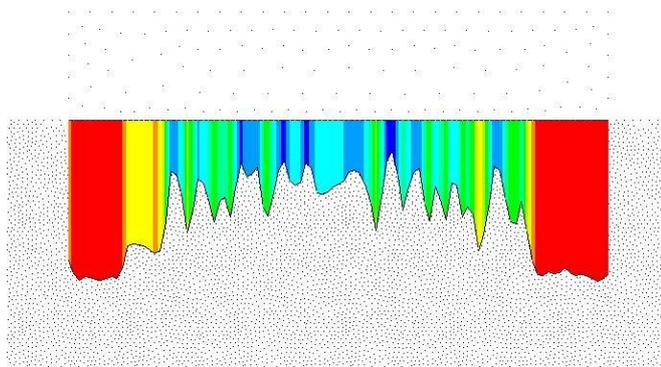
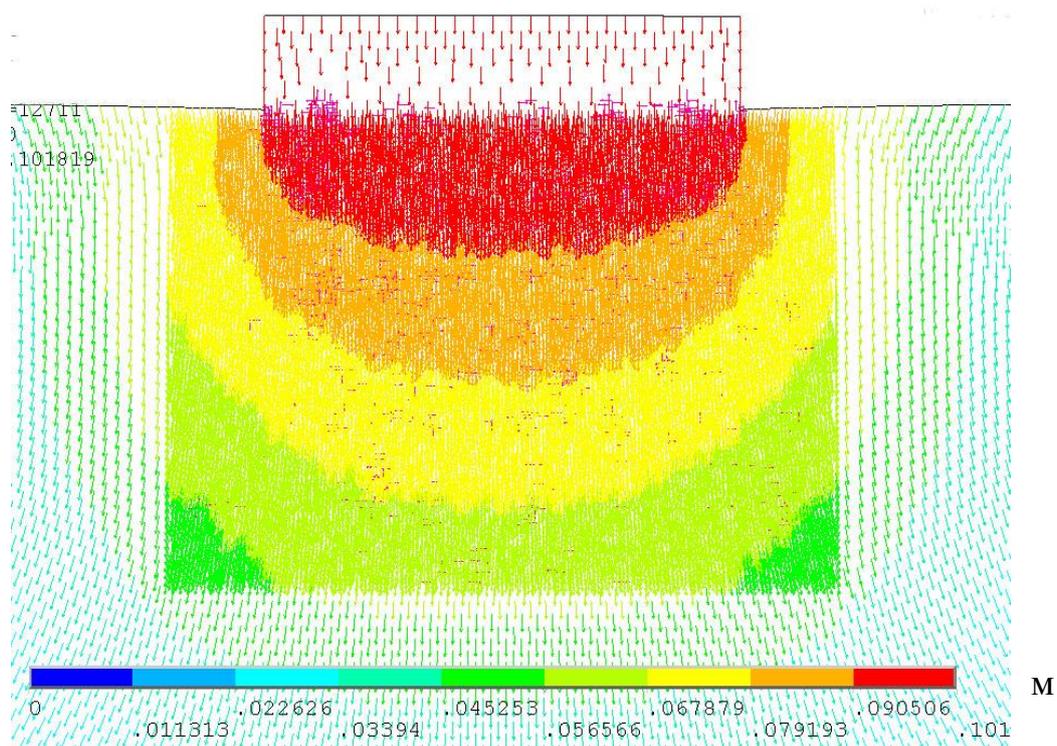


Рис. 3.33. Эпюра контактных напряжений в неоднородном грунте под плоским штампом

На рисунке 3.34 представлены вектора перемещений отдельных элементов. Из рисунка видно, что большинство узлов перемещается в соответствии с ожидаемым направлением, однако имеются отдельные вектора (отмечены сиреневым), направленные горизонтально. Это направления смещения контактных элементов включений, что свидетельствует о выдавливании отдельных частиц из основания в стороны.



*Рис. 3.34. Вектора перемещений элементов модели*

### **3.5. Выводы по главе**

1. При проведении лабораторных исследований свойств неоднородного грунта было выполнено планирование многофакторного эксперимента. В качестве функций отклика для компрессионных испытаний были выбраны модули деформации в трех различных диапазонах, а для трехосных испытаний угол трения. Факторами, влияющими на функции отклика, были соотношение диаметров частиц включений ( $d_1$ ) и заполнителя ( $d_2$ ) и их процентное содержание.
2. В результате компрессионных испытаний определено, что основное влияние на модуль деформации оказывает процентное содержание включений. При содержании включений около 30% модуль деформации увеличивается на 13%. Это связано с увеличением жесткости массива за счет жесткости включений.
3. В результате трехосных испытаний определено, что основное влияние на угол внутреннего трения оказывает соотношение диаметров частиц. При этом для наибольших включений наблюдается подъем величины угла внутреннего трения при содержании включений около 50%. Это объясняется тем, что жесткие включения препятствуют образованию поверхностей скольжения и армируют массив.
4. В приборе для определения угла естественного откоса с возможностью видеофиксации было установлено, что угол естественного откоса зависит в большей степени от шероховатости частиц. Кроме того, анализ раскадровки меченых частиц показал, что при сдвиге поступательное движение частиц переходит во вращательное, как более энергетически выгодное с точки зрения величины трения.
5. В результате математического моделирования компрессионных испытаний установлено, что в неоднородном грунте формируются цепочки частиц, воспринимающие нагрузку, а заполнитель между ними

разгружается. Так же был выявлен эффект лавинообразного обрушения в результате схлопывания частиц, что было подтверждено компрессионными испытаниями искусственно изготовленного образца с включениями малой жесткости.

6. В результате математического моделирования сдвиговых испытаний установлено, что в неоднородном грунте прочность зависит от степени окатанности частиц, а так же сильно проявляется дилатансия.
7. Решение задачи о действии штампа на основание, сложенное неоднородным грунтом показало, что НДС имеет дискретный характер, однако средние значения приближаются к решениям для однородной изотропной среды. Кроме того, установлено, что эпюра давления под подошвой фундамента имеет неоднородный характер.

## **ГЛАВА 4. ПРЕДЛАГАЕМАЯ ГЕОТЕХНИЧЕСКАЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ГРУНТОВ ПО СТЕПЕНИ НЕОДНОРОДНОСТИ И ОСОБЕННОСТИ ИХ МЕХАНИЧЕСКОЙ РАБОТЫ**

### **4.1. Особенности взаимодействия частиц в массиве грунта в процессе деформирования**

Свойства грунта как гетерогенной среды определяются взаимодействием ее составляющих, а именно твердой, жидкой и газообразной фаз. В зависимости от их соотношения меняются и свойства всего массива, а от вида упаковки зависит поведение грунта под нагрузкой. Многофазность грунта и зависимость свойств от соотношения содержания фаз делают задачу определения свойств многофакторной и сложной для рассмотрения. В то же время, последовательное рассмотрение различных комбинаций сред от простых к сложным позволяет определить факторы, влияющие на сжимаемость и прочность массива.

Скелет любого грунта складывается из твердых частиц, взаимодействие между которыми определяется двумя явлениями: силой трения и сцеплением. В зависимости от геометрической формы и размеров частиц меняется характер и степень проявления этих явлений, чем и объясняется различие свойств грунта в зависимости от вида твердых частиц.

Сила трения между частицами зависит от минерального состава частиц и от вида трения. Для оценки трения широко распространенная теория прочности Кулона-Мора использует понятие внутреннего трения, характеризуемого углом внутреннего трения  $\varphi$ , при этом  $\operatorname{tg} \varphi$  равен коэффициенту трения между частицами. Известно, что в природе встречается как трение качения, так и трение скольжения, однако в теории Кулона-Мора не указывается, какое именно трение характеризуется углом внутреннего трения. При этом в работе [Т-М., Соболев Мирный] указано, что в зависимости от вида трения

сопротивление взаимному перемещению меняется в несколько раз. Очевидно, что вид трения между частицами будет зависеть от степени их окатанности.

Сцепление между частицами возникает в связи со структурными связями в грунте, которые различаются по своей природе. В случае дисперсных грунтов наиболее частым случаем являются водно-коллоидные связи, вызванные электромолекулярными силами взаимного притяжения и отталкивания между частицами. Количество и прочность этих связей возрастает с уменьшением расстояния между частицами.

Поведение скелета грунта с порами без заполнителя хорошо описывается ввиду простой математической модели.

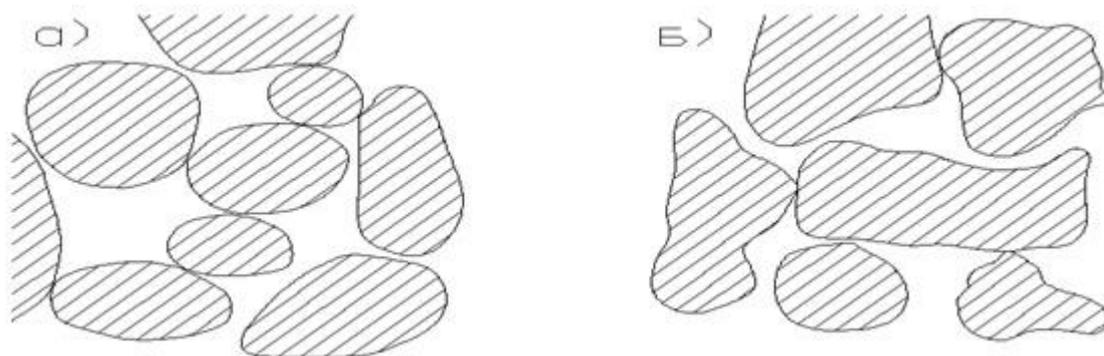
При усложнении модели в поры между твердыми частицами вводятся различные заполнители, которые влияют как на сжимаемость порового пространства, так и на характер взаимодействия между частицами. В зависимости от вида заполнителя он может как облегчить, так и затруднить трение между частицами и их взаимное проворачивание. Мелкодисперсные заполнители могут увеличивать сцепление вплоть до образования устойчивых цементационных связей.

Наиболее сложным для изучения вариантом является гетерогенная среда, в которой твердые частицы не соприкасаются друг с другом, а пространство между ними заполнено мелкозернистым грунтом. В этом случае в зависимости от процентного содержания и формы включений меняется как жесткость, так и прочностные свойства массива. Формируемое в данном случае НДС в элементарном объеме грунта отличается большим количеством концентраторов напряжений и локальными пластическими зонами, что не может быть описано математически. Подобные грунты не являются композитными материалами, и к ним не могут применяться решения для искусственных материалов, так как неоднородный грунт является дисперсной средой, а композиты - сплошными средами с полными прилипанием компонент.

#### **4.1.1. Песчаные грунты без заполнителя**

Из изложенного выше следует, что песчаные грунты без твердого или жидкого заполнителя пор являются простейшим случаем неоднородного грунта, в котором механические характеристики массива обусловлены исключительно трением между частицами. Отсутствие сцепления между частицами значительно облегчает математическое описание процесса взаимодействия и фактически сводит его к задачам теоретической механики, определяющим в данном случае будет степень окатанности частиц, а следовательно, коэффициент трения.

Понятие внутреннего трения, используемое в теории прочности Кулона-Мора, характеризуется величиной угла внутреннего трения, тангенс которого приблизительно равен коэффициенту трения частиц между собой. Очевидно, что величина коэффициента трения зависит от шероховатости поверхности и степени окатанности самих частиц грунта (рис. 4.1). Шероховатость частиц в первую очередь определяется порообразующим минералом, а степень их окатанности – происхождением и выветрелостью.



*Рис. 4.1. Характер контактов зерен в песчаных и крупнообломочных грунтах*

*а - сильно окатанные зерна*

*б - слабо окатанные зерна*

#### **4.1.2. Песчаные грунты с глинистым заполнителем**

В идеальном случае песчаный грунт с глинистым наполнителем будет представлять собой плотную упаковку песчаных частиц, касающихся друг друга, в которой все поры будут заполнены мелкодисперсным пылевато-глинистым наполнителем. В этом случае между различными элементами структуры возникнет сцепление, обусловленное сцеплением между крупными частицами и наполнителем.

Принимая во внимание многократную разницу в размерах частиц песка и пылевато-глинистого наполнителя, наполнитель в данном случае можно рассматривать как сплошную среду, обладающую свойствами вязкой жидкости. Такой подход позволяет применение решений теории фильтрационной консолидации для полностью водонасыщенных грунтов с поправкой на более высокую вязкость поровой жидкости. При этом деформационные характеристики массива не изменятся, однако приобретут временной характер, время стабилизации деформаций возрастает. Решение подобных задач сопряжено с большими трудностями и не входит в область рассматриваемых в данной работе проблем.

Прочность песчаного массива с мелкодисперсным наполнителем в порах увеличивается за счет возникновения сцепления, а также за счет исключения поворота частиц и реализации исключительно трения скольжения.

С ростом действующих на массив напряжений в данной схеме возникает концентрация напряжений на контактах между твердыми частицами, формируются цепочки частиц, воспринимающие нагрузку. Наполнитель в порах при этом практически полностью разгружается.

Устойчивость цепочек частиц обеспечивается жесткостью наполнителя, препятствующего смещению твердых включений и потере устойчивости в элементарном объеме грунта.

#### **4.1.3. Пылевато-глинистые грунты с крупными песчаными включениями**

Влияние песчаных частиц, входящих в виде включений в массив пылевато-глинистого грунта, на механические свойства массива существенно зависит от их процентного содержания.

В случае малого содержания частиц они будут оказывать влияние только на деформационные свойства массива, прочность же не изменится. В этом случае предполагаемая поверхность скольжения будет обходить отдельные включения, ее длина окажется неизменной.

С ростом содержания включений будет увеличиваться армирующее действие частиц, прочность массива будет увеличиваться. В связи с тем, что срез по твердым частицам невозможен, включения препятствуют развитию поверхностей скольжения, их общая длина увеличивается.

При уменьшении расстояния между включениями до долей диаметра будет наблюдаться дилатансия, что было показано нами в главе 3 на результатах математического моделирования, а также многими другими исследователями.

С ростом действующих на массив напряжений в данной схеме возникает концентрация напряжений в заполнителе на кратчайших расстояниях между включениями, формируются цепочки, воспринимающие основную нагрузку, а заполнитель вне этих цепочек разгружается. При определенном уровне напряжений заполнитель между включениями переходит в предельное состояние, что приводит к его выдавливанию из пространства между включениями, и развитию значительных деформаций в массиве неоднородного грунта.

#### **4.1.4. Пылевато-глинистые грунты с крупными пустотами (макропорами)**

Случай пылевато-глинистых грунтов с включениями в виде пор, размер которых в несколько раз превышает размер частиц (например, лесс и лессовидные грунты), представляет особый интерес. Механизм формирования

таких грунтов позволяет предположить близкую к шарообразной форму пор, что приведет к появлению арочного эффекта.

Таким образом, с ростом действующих напряжений будет увеличиваться сжимающее усилие в своде отдельной поры. В момент, когда произойдет потеря устойчивости свода, будет наблюдаться мгновенное схлопывание поры и существенное увеличение деформаций (просадка). При этом поры различного размера будут схлопываться на различных этапах нагружения, а просадка примет дискретный характер.

Представленный в главе 3 эксперимент, иллюстрирует это явление, однако точность применяемого оборудования не позволяет делать более общие выводы о влиянии размера пор и прочности их стенок на развитие просадочности.

Анализ количественного содержания пор различного размера в структуре грунта позволяет прогнозировать уровень напряжений, приводящий к возникновению просадки в подобных грунтах.

#### **4.2. Метод оценки механических характеристик неоднородных грунтов**

Предлагаемый нами метод оценки механических характеристик неоднородных грунтов основан на выполненных исследованиях и позволяет прогнозировать свойства неоднородного массива без применения дорогостоящих испытаний и редкого оборудования.

Метод может применяться как для оценки эквивалентных характеристик природных грунтов для дальнейшего расчета, так и при проектировании состава песчано-гравийной смеси для устройства насыпей и песчаных подушек.

Применение метода состоит из следующих этапов:

1. По результатам стандартных лабораторных испытаний определяются характеристики более слабого компонента неоднородного грунта. В случае песчаных грунтов таковым будет наиболее мелкодисперсная фаза, для глинистых грунтов с включениями - глинистый грунт. Рекомендованная в

нормативных документах граница раздела крупных и мелких фракций – 2мм – представляется нам вполне обоснованной.

2. В соответствии с предлагаемой нами классификацией рассматриваемый образец относится к одному из типов, в зависимости от которого определяется структура элементарного объема неоднородного грунта. По данным гранулометрического состава необходимо определить процентное содержание частиц в единице площади или объема, в зависимости от предполагаемой размерности математической модели. Из этого расчета определяется количество частиц каждого характерного размера.

3. В конечно-элементных программных комплексах создается математическая модель, повторяющая процентное содержание и относительный размер всех компонентов неоднородного грунта, при этом более слабому компоненту задаются свойства в соответствии с проведенными лабораторными испытаниями, а включения принимаются условно жесткими.

4. Задаются граничные условия в соответствии с выбранной схемой испытания и проводятся виртуальные испытания, по результатам которых определяются эквивалентные механические характеристики всего неоднородного грунта и массива, сложенного этим грунтом.

Данный метод может применяться для моделирования неоднородного грунта любой структуры и с любым соотношением содержания прочных частиц и их жесткости. Примеры применения метода и рекомендации по его реализации будут представлены в главе 5.

#### **4.2.1 Классификация грунтов по степени неоднородности гранулометрического состава**

Из анализа результатов выполненных исследований можно сделать вывод о наличии связи между гранулометрическим составом грунта и его механическими характеристиками. Эта связь объясняется различными видами

упаковки частиц и принципиально разными НДС в элементарных объемах грунта.

На основании полученных зависимостей была разработана геотехническая классификация неоднородных грунтов в зависимости от процентного содержания частиц различной крупности. В соответствии с этой классификацией все грунты с неоднородным гранулометрическим составом могут быть разделены на следующие категории:

- **Грунт без включений.** Грунты в этой категории ведут себя в соответствии с принятыми закономерностями механики грунтов, основанной на теории однородной изотропной среды. Масштабным эффектом в первом приближении можно пренебречь, т.к. размер частиц ничтожно мал по сравнению с рассматриваемыми объемами грунта в массиве.
- **Грунт-заполнитель с редкими включениями.** Модель "булка с изюмом". Вмещающей средой является мелкодисперсная среда, в которой встречаются включения. Включения не соприкасаются друг с другом и в большей степени влияют на деформационные характеристики массива, повышая его жесткость.
- **Заполнитель с крупными/смешанными/редкими включениями.** Содержание включений увеличивается, сказывается их влияние на НДС элементарного объема грунта: при достаточно высоком содержании включений формируются несущие столбики, между которыми напряжения в заполнителе в несколько раз превышают средние. Заполнитель в этих зонах переходит в пластическое состояние, происходит выдавливание заполнителя из массива и уменьшение расстояния между включениями.
- **Зона структурного перехода.** Расстояние между включениями продолжает уменьшаться до математического порога в 26% заполнителя, когда все включения начинают касаться друг друга, образуя жесткий скелет, плотность упаковки максимальная, а все поры заполнены пылевато-глинистыми частицами. В этот момент происходит переход структуры

неоднородного грунта из одного в принципиально другое состояние, когда скелет образуют крупные частицы, а заполнитель находится в порах между ними, полностью их заполняя.

- **Крупный/средний/мелкий песок с заполнителем.** Песок, в порах которого содержится глинистый заполнитель. Жесткость образца остается примерно такой же, как у песка без заполнителя, но возрастает устойчивость за счет сопротивления взаимному смещению частиц.
- **Крупный/средний/мелкий песок.** Песок смешанного гранулометрического состава, поведение которого описывается принятыми закономерностями механики грунтов, а наличие заполнителя в порах не оказывает влияния на деформационные характеристики. При этом прочностные характеристики повышаются, так как между частицами возникает сцепление, а заполнитель препятствует смещению и проворачиванию частиц.
- **Крупный/мелкий песок без заполнителя.** Идеально сыпучий грунт.

Для наглядного отображения предлагаемой классификации грунтов была разработана графическая интерпретация, основанная на треугольнике Ферре. Треугольник Ферре позволяет нанести на схему точку, имеющую три координаты, сумма которых составляет 100%. В предлагаемой классификации по координатам откладывается содержание в % крупных частиц (>2мм), мелких частиц (0,1-2мм) и заполнителя (пылеватых и глинистых частиц).

На рисунке 4.2 отдельные категории предложенной классификации представлены в виде областей на треугольнике Ферре. Границы между областями определены по результатам лабораторных испытаний и представленных выше зависимостей механического поведения образцов от гранулометрического состава. Нижняя граница зоны фазового перехода отсекает математический предел максимальной плотности упаковки шарообразных частиц, при котором объем пор между ними составляет 26%.

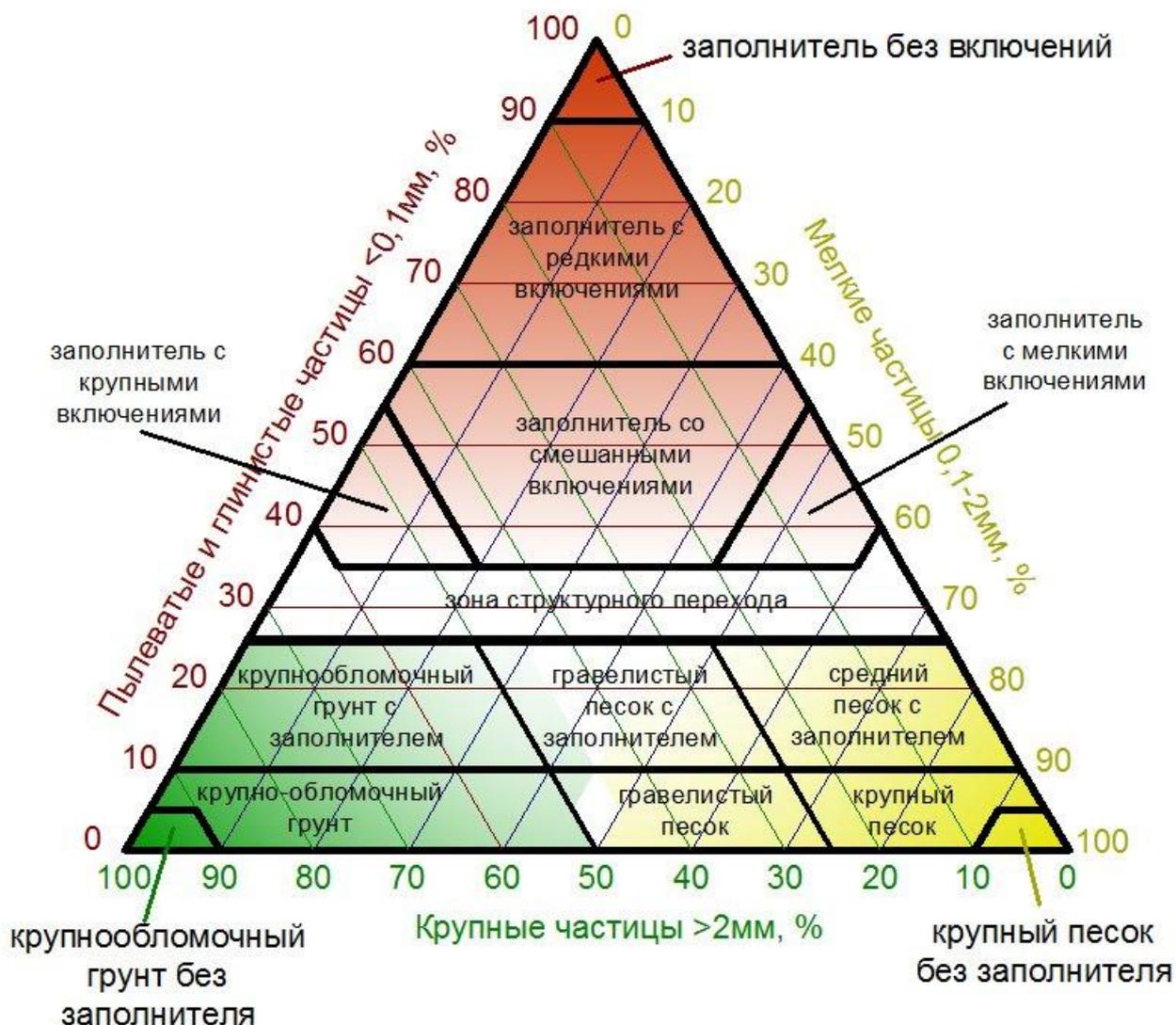


Рис. 4.2. Классификация грунтов с неоднородным гранулометрическим составом в зависимости от процентного содержания частиц различного размера

Данная геотехническая классификация позволяет на основании данных о гранулометрическом составе грунта уже на ранних стадиях изысканий сделать предварительный вывод об особенностях поведения элементарного объема грунта и формирующемся в нем НДС. Эта информация позволяет смоделировать поведение неоднородного грунта в массиве и получить его эквивалентные характеристики с использованием МКЭ и простейших стандартных испытаний массивов грунтов.

Очевидно, что в настоящее время не применяется подобная геотехническая классификация, а все образцы грунтов классифицируются весьма условно, при этом оценка их свойств производится достаточно приблизительно.

В качестве дальнейшего развития предложенной классификации на диаграмму были нанесены рекомендуемые значения механических характеристик - модуля деформации, сцепления и угла внутреннего трения для четвертичных отложений в соответствии с действующим нормативным документом [СП 22.13330.2011]. Значения представлены в виде диапазона, и в зависимости от плотности грунта величина модуля деформации будет изменяться. На рисунках 4.3, 4.4. и 4.5 представлены диаграммы распределения модулей деформации, угла внутреннего трения и сцепления в зависимости от гранулометрического состава частиц, соответственно. Жирным шрифтом выделены значения из нормативной документации, курсивом выделены значения, полученные методом интерполяции значений СП в диапазоне плотности от 2,0 до 2,42г/см<sup>3</sup>.

Из рисунка 4.3 видно, что по мере уменьшения размера частиц модуль деформации снижается. Однако вблизи зоны структурного перехода наблюдается снижение модуля, которое можно объяснить нестабильным поведением скелета грунта и возможным лавинообразным разрушением цепочек частиц вследствие местной потери устойчивости в элементарном объеме.

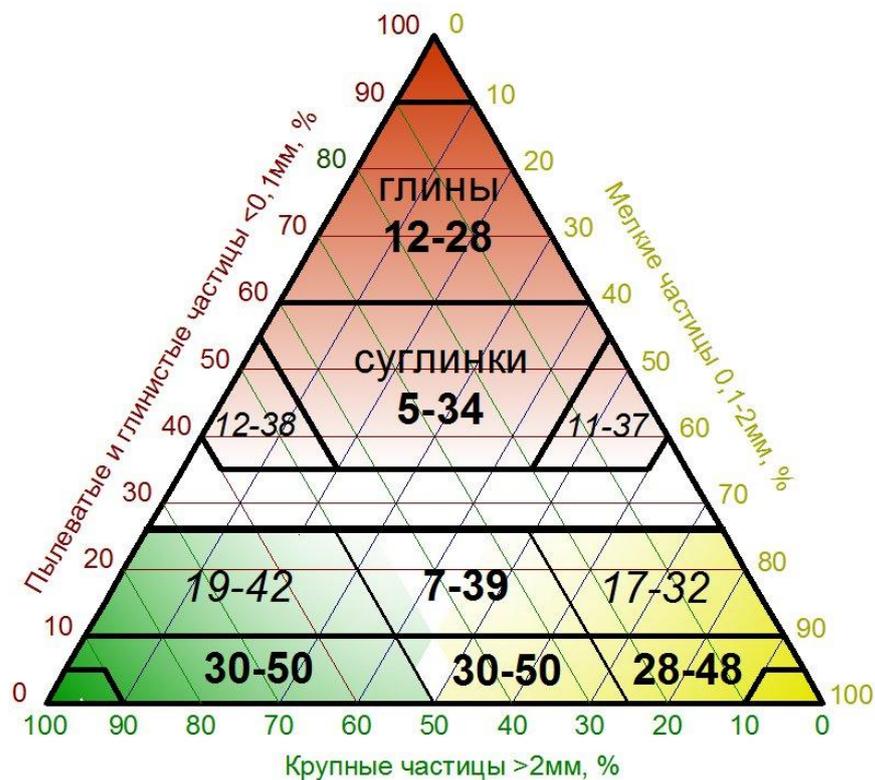


Рис. 4.3. Модуль деформации  $E$ , МПа для четвертичных отложений в зависимости от гранулометрического состава по данным СП 22.13330.2011.

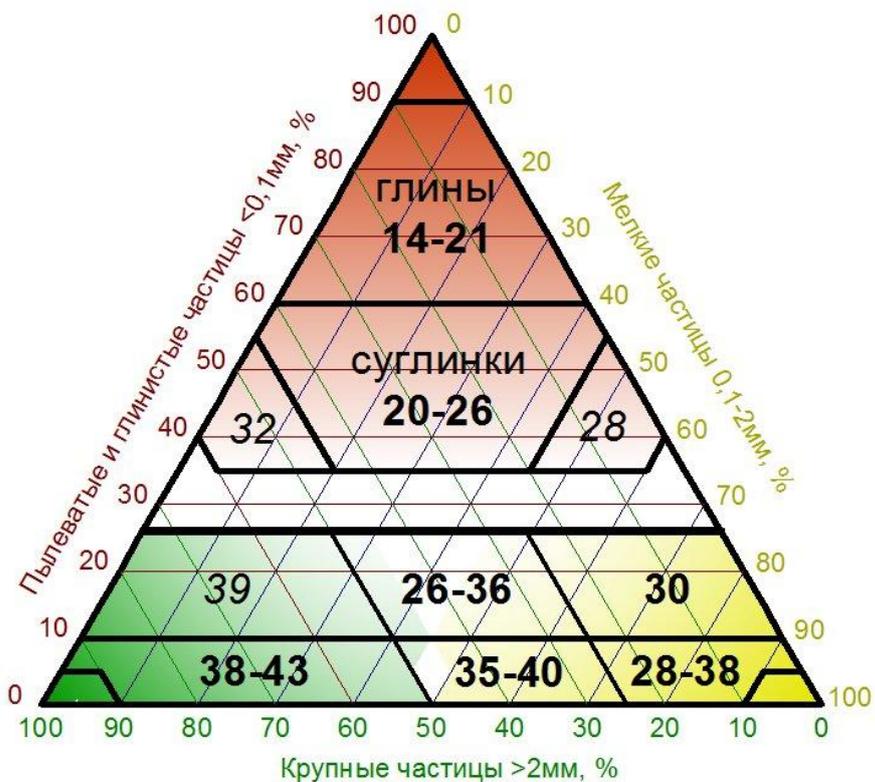


Рис. 4.4. Угол внутреннего трения  $\varphi$ , ° для четвертичных отложений в зависимости от гранулометрического состава по данным СП 22.13330.2011.

Угол внутреннего трения снижается вместе с уменьшением размера частиц (рисунок 4.4), что вполне закономерно, так как мелкие и пылеватые частицы как правило имеют менее шероховатую поверхность, следовательно внутреннее трение в элементарном объеме грунта ниже, чем для крупных частиц.

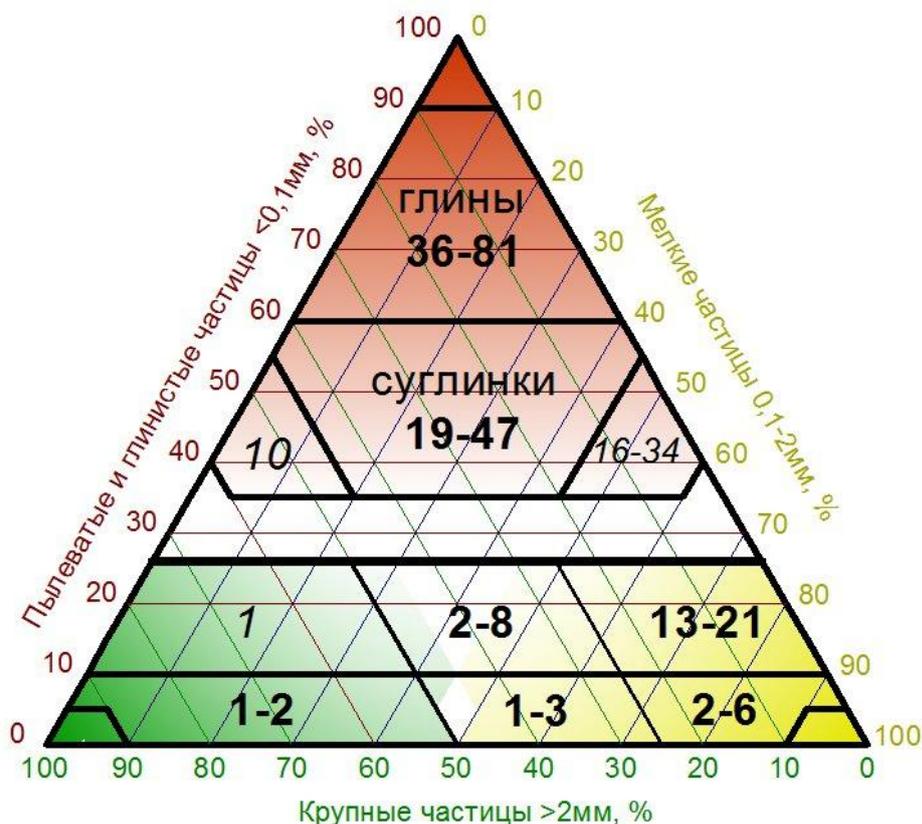


Рис. 4.5. Сцепление  $s$ , кПа для четвертичных отложений в зависимости от гранулометрического состава по данным СП 22.13330.2011.

Величина сцепления, напротив, нелинейно возрастает с увеличением содержания пылеватых и мелких частиц (рисунок 4.5), что объясняется увеличением удельного числа контактов между частицами и образованием водно-коллоидных связей.

Введение предлагаемой классификации, вероятно, позволит более точно прогнозировать свойства основания с учетом неравномерности гранулометрического состава. Кроме того, с помощью эквивалентных диаграмм предварительные значения механических характеристик грунта могут быть

определены только по результатам определения гранулометрического состава, что позволяет сократить время, необходимое для начала проектирования. При этом определение гранулометрического состава обычно проводится с высокой точностью, в отличие от прочих классификационных показателей, таких как, например, число пластичности и влажность.

#### **4.2.2 Использование МКЭ при определении эквивалентных характеристик**

В результате классификации по представленной в п. 4.2.1 методике может быть сделан вывод о структуре неоднородного грунта. В зависимости от процентного содержания включений он может моделироваться как система соприкасающихся включений, пространство между которыми заполнено мелкодисперсным грунтом, либо как мелкодисперсный грунт, содержащий отдельные включения различного размера.

Достаточно точное определение количества включений характерных размеров может быть выполнено на основании данных о гранулометрическом составе исходного грунта. В зависимости от предполагаемой размерности модели – плоской или пространственной - может быть установлено число частиц на единицу элементарной площади или объема. В качестве примера можно рассмотреть такой расчет для плоской модели элементарного объема неоднородного грунта Рогунской ГЭС (табл. 4.1):

Таблица 4.1.

Сито	Характерный размер, мм	Содержание по грансоставу, %	Площадь одной частицы, мм <sup>2</sup>	Требуемое кол-во в модели, шт
>10	10	10,09	157,08	6
>5	5	12,34	39,27	31
>2	2	12,44	6,28	198
>1	1	12,07	1,57	768
>0,5	0,5	14,78	0,39	3764
>0,25	0,25	11,73	0,10	11948
>0,1	0,1	16,58	0,02	105552
<0,1	0,05	9,98	0,00	254139

Общая площадь модели в данном случае составляет  $100\text{см}^2$

В соответствии с принятым допущением о незначительном влиянии на НДС элементарного объема включений размером менее 2мм все фракции меньше этого значения могут моделироваться как сплошная среда.

Распределение частиц в модели должно быть, по возможности, строго случайным, так как сеточное расположение частиц и совпадение осей их расположения с направлениями действующих напряжений может привести к завышению механических характеристик.

В ходе дальнейшего моделирования элементам модели присваиваются следующие характеристики:

- включения: линейно-упругая модель  $E = 300\text{МПа}$ ,  $\nu = 0,25$ ;
- наполнитель: идеально-пластическая, либо нелинейно-пластическая модель, параметры которой определяются по результатам лабораторных испытаний наполнителя;
- контакт наполнителя с включениями: контактная пара с коэффициентом трения  $\mu = \text{tg}\varphi$  для наполнителя, без сцепления.
- граничные условия, в зависимости от моделируемой задачи:
  - отсутствие горизонтальных перемещений по боковым граням и вертикальных по нижней (компрессионное сжатие);
  - отсутствие вертикальных перемещений по нижней грани (трехосное сжатие);
  - отсутствие вертикальных и горизонтальных перемещений по нижней грани, совмещенные горизонтальные перемещения противоположных точек модели (многоплоскостной срез).

Приложение нагрузок может осуществляться как статически, так и кинематически, в зависимости от возможностей применяемого программного комплекса. Величина нагрузок выбирается в соответствии с рекомендациями нормативных документов для выбранного вида испытания.

При обработке результатов проведенных испытаний необходимо помнить, что виртуальная модель не учитывает погрешностей, вносимых реальными приборами, таких как трения о боковые стенки одометра, упругость оболочки стабилметра и т.п., в связи с чем нет необходимости проводить многократные испытания. Тем не менее, для снижения влияния распределения частиц в массиве на результат, рекомендуется испытывать несколько (не менее 3х) моделей с одинаковым содержанием частиц, но различным их расположением. В этом случае полученные результаты могут быть обработаны методами математической статистики в соответствии с ГОСТ 20522-96, и результаты могут быть определены для требуемой доверительной вероятности.

В результате проведения виртуальных испытаний могут быть получены эквивалентные механические характеристики неоднородного массива грунта, которые в дальнейшем могут использоваться в расчетах. Данные характеристики будут учитывать влияние неоднородности и позволят более достоверно оценить НДС основания.

#### **4.3 Выводы по главе**

1. В результате анализа экспериментальных данных установлено, что НДС неоднородных грунтов зависит от структурных форм грунта:
  - песчаный грунт без заполнителя;
  - песчаный грунт с пылевато-глинистым заполнителем;
  - пылевато-глинистый грунт с включениями песчаных частиц;
  - пылевато-глинистый грунт с порами (включениями нулевой жесткости).
2. На основании проведенного анализа может быть предложен метод определения механических характеристик неоднородного грунта на основании его структуры и лабораторных испытаний путем виртуального эксперимента.
3. Разработана наглядная геотехническая классификация неоднородных грунтов в зависимости от гранулометрического состава, установлена связь

неоднородности грунта с нормативными значениями механических характеристик в соответствии с СП 22.13330.2011.

4. Описана методика создания расчетной модели на основании данных о гранулометрическом составе грунта.

## **ГЛАВА 5. ПРИМЕРЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЛЯ РАСЧЕТА НДС И ПРОЕКТИРОВАНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ ОСНОВАНИЙ**

### **5.1. Введение**

Представленные выше теоретические и экспериментальные исследования, а также выполненный анализ полученных зависимостей позволили разработать различные варианты их применения при обработке результатов инженерно-геологических изысканий и проектировании оснований.

В настоящее время механические свойства грунтов с существенной неоднородностью состава рассматриваются изыскателями для самого худшего компонента - как правило, по характеристикам заполнителя. Например, прочностные характеристики мягкопластичного суглинка с включениями частиц от 1 до 5мм будут оцениваться по результатам одноплоскостного среза без крупных включений, так как нормативные документы требуют проведения испытаний на образцах без крупных включений. Очевидно, что наличие таких включений оказывает влияние на прочностные свойства массива, так как оказывает армирующее действие и увеличивает сопротивление сдвигу.

Это может быть учтено в случае проведения испытаний в приборе трехосного сжатия образцов большого размера, однако такие приборы редки и подобные испытания выполняются только для объектов высокого класса ответственности. Изложенная в главе 4 методика позволяет оценить свойства неоднородного грунта на основании виртуального эксперимента, моделирующего гранулометрический состав образца и свойства входящих в него компонентов.

В данной главе приведены примеры применения разработанной методики при расчетах НДС оснований реальных объектов строительства.

## 5.2.1. Оценка характеристик неоднородных грунтов на примере жилого комплекса в г. Чехов

Предлагаемый метод был применен для определения устойчивости основания жилого комплекса «Чайка» в г. Чехов, Московская область. Жилой комплекс представляет собой два монолитно-кирпичных корпуса этажностью от 12 до 17 метров. Проектирование основания жилого комплекса было затруднено негоризонтальным залеганием слоев грунта и присутствием в основании потенциально опасного слоя дресвяно-щебенистого грунта с суглинистым заполнителем, по которому могло произойти соскальзывание массива. Инженерно-геологический разрез представлен на рисунке 5.1.

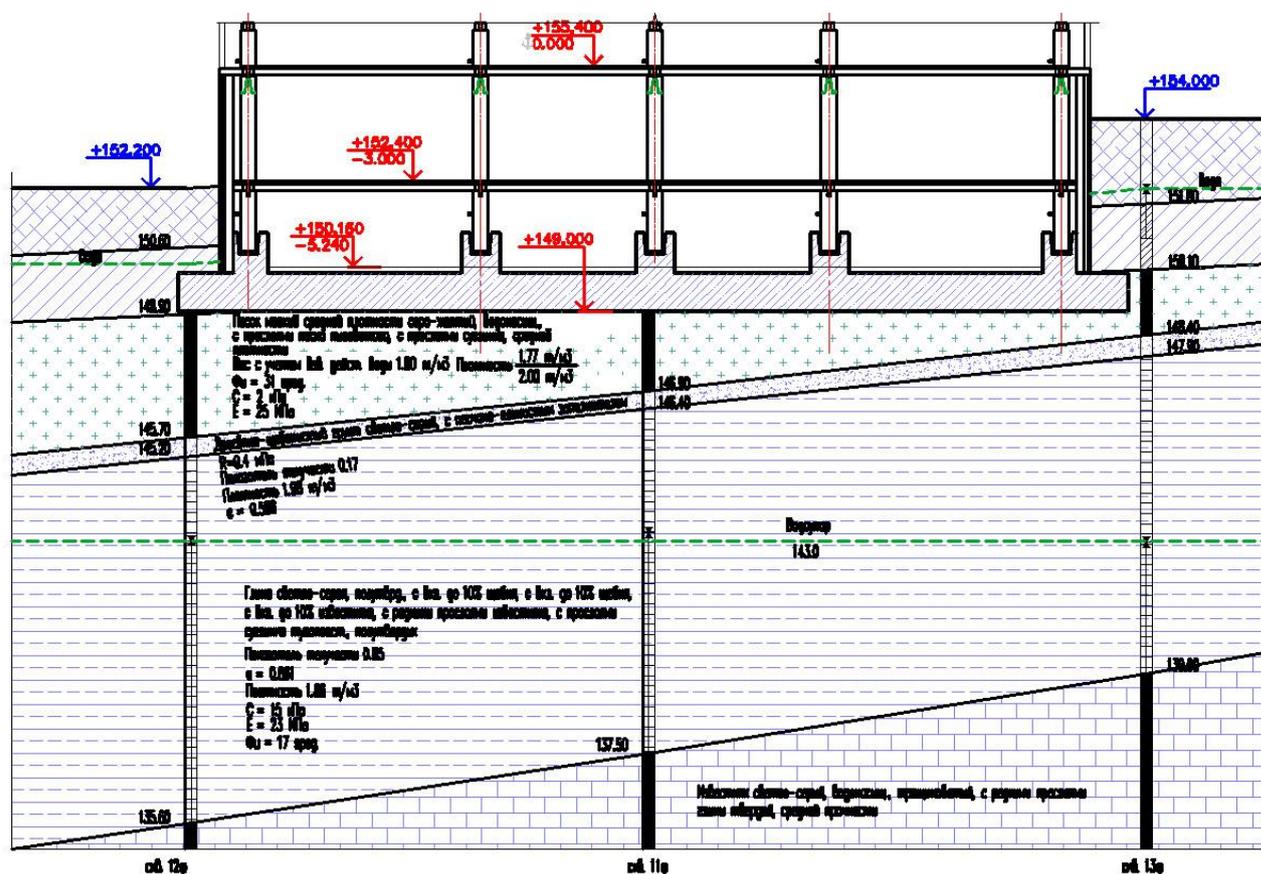
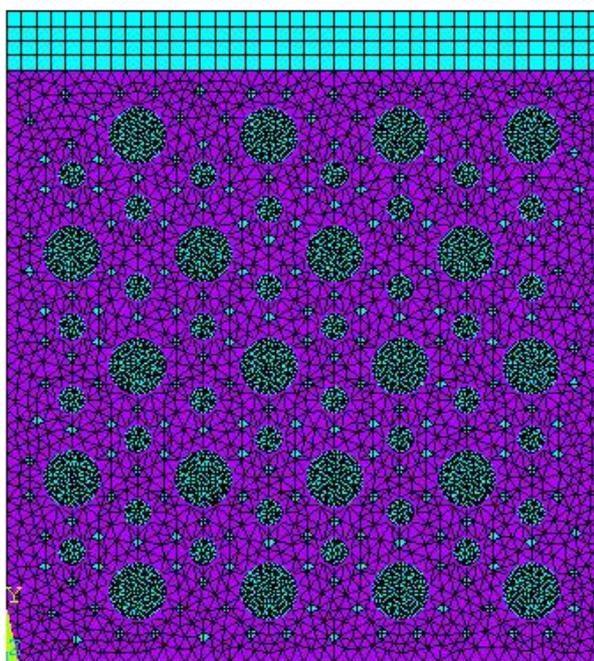


Рис. 5.1. Инженерно-геологический разрез основания ЖК «Чайка»

В связи с тем, что при проектировании основания свойства всего слоя принимались равными свойствам суглинистого заполнителя несущая

способность основания оказалось недостаточной для применения плитного фундамента. Были разработаны два варианта фундаментов глубокого заложения – из вдавливаемых свай длиной 9м и буронабивных свай длиной от 7 до 13м.

Для выполнения поверочного расчета был применен предлагаемый метод оценки характеристик неоднородных грунтов. По результатам инженерно-геологических изысканий было принято процентное содержание 30% твердых частиц различного размера в элементарном объеме потенциально опасного слоя, в соответствии с чем была собрана модель элементарного объема (рис. 5.2)



*Рис. 5.2. Модель элементарного объема слоя дресвяно-щебенистого грунта с суглинистым заполнителем.*

На этой модели были выполнены виртуальные испытания компрессионного сжатия и перекашивания, по результатам которых были определены эквивалентные прочностные и деформационные характеристики элементарного объема. Эти характеристики были присвоены инженерно-геологическому элементу в общей модели основания (см. рис. 5.3) при дальнейшем расчете основания сооружения.

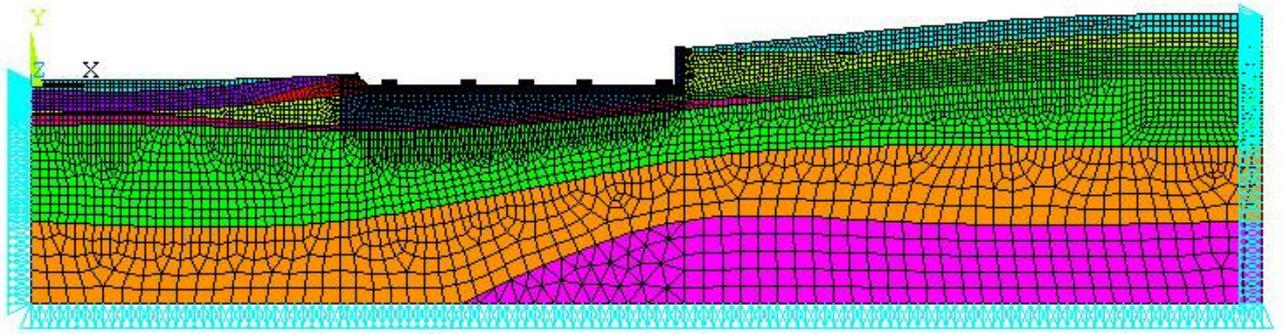


Рис. 5.3. Конечно-элементная модель основания ЖК «Чайка».

По результатам расчета был рекомендован плитный фундамент, так как несущая способность основания была обеспечена, а максимальное горизонтальное смещение фундаментной плиты составило 3,57мм (см. рис. 5.4). Кроме того, плитный фундамент позволил увеличить жесткость здания на неоднородном основании и снизить неравномерность осадок.

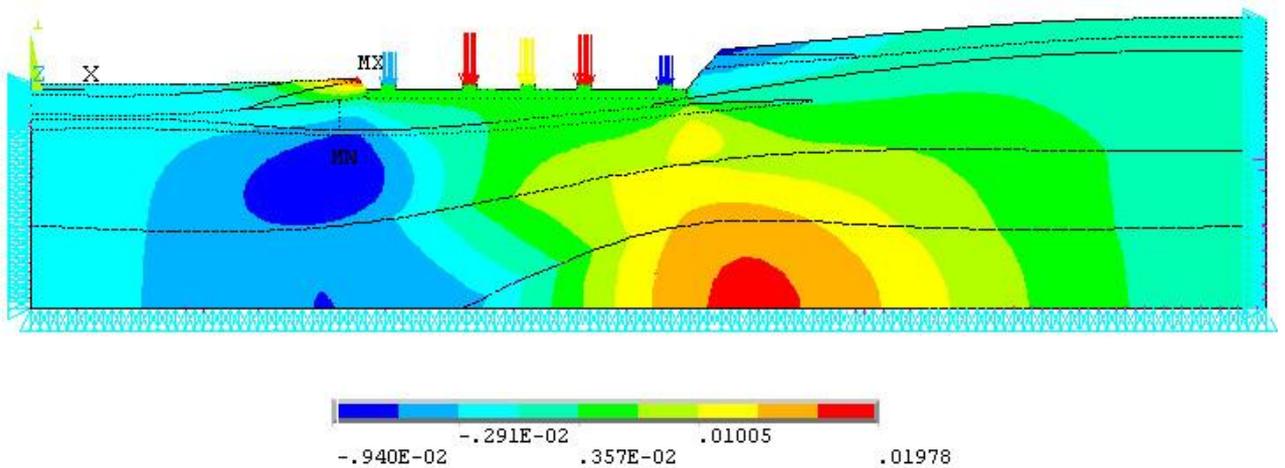


Рис. 5.4. Изополя горизонтальных перемещений основания ЖК «Чайка».

### **5.2.2. Оценка характеристик пылевато-глинистых грунтов на примере материала ядра плотины Рогунской ГЭС**

В НОЦ «Геотехника» МГСУ выполнялись работы по определению механических характеристик материала ядра плотины Рогунской ГЭС в республике Таджикистан [Тер-Мартиросян, Мирный, 2013]. Проект данной плотины предусматривает выполнение ядра из местного суглинистого грунта с



гранулометрическим составом и при заданной плотности и влажности. На рисунке 5.6 представлен процесс приготовления образца из сухого грунта путем капельного увлажнения и перемешивания. Заданная плотность обеспечивалась путем набивки в металлическую обойму и уплотнения прессом. Готовый образец представлен на рисунке 5.7.



*Рис. 5.6. Процесс изготовления образца грунта*



*Рис. 5.7. Готовый образец грунта*

Испытания проводились по консолидировано-дренированной схеме в режиме статического девиаторного нагружения при всестороннем обжатии 400, 800 и 1200кПа. В ходе испытаний измерялись изменение высоты образца и объемные деформации.

По результатам испытаний был построен паспорт прочности грунта, представленный на рис. 5.8.

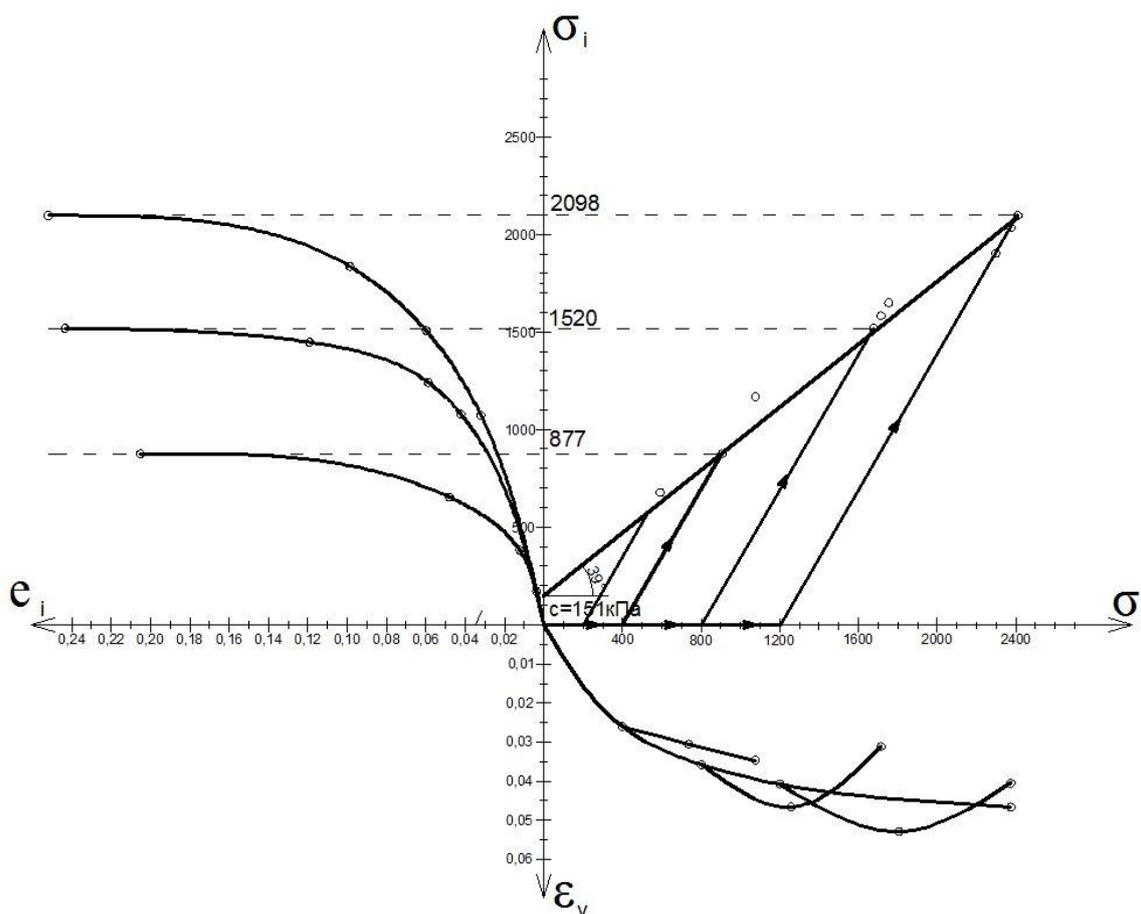


Рис. 5.8. Паспорт прочности грунта

В результате были получены следующие значения механических характеристик грунта:

- угол внутреннего трения  $\phi = 39^\circ$ ;
- сцепление  $c = 151$  кПа;
- модуль деформации, в диапазоне от 28МПа до 83МПа в различных диапазонах напряжений.

На рисунке 5.9 представлены фотографии 9-ти разрушенных образцов



*Рис. 5.9. Фотографии разрушенных образцов грунта тела плотины Рогунской ГЭС*



С целью проверки применимости выносимого на защиту метода было проведено определение механических свойств заполнителя, то есть грунта с тем же процентным содержанием фракций меньше 2мм. Фракции крупнее 2мм в данном случае являются включениями и могут считаться бесконечно жесткими. Из грунта-заполнителя были изготовлены образцы той же плотности и влажности, но диаметром 50мм. Эти образцы испытывались в камерах трехосного сжатия при тех же напряжениях, в результате чего были определены прочностные и деформационные характеристики грунта-заполнителя.

Для заполнителя они составили:

- угол внутреннего трения  $\varphi = 22^\circ$ ;
- сцепление  $c = 107$  кПа;
- модуль деформации, в диапазоне от 11,8МПа до 29МПа.

После этого в соответствии с известным гранулометрическим составом была построена конечно-элементная модель неоднородного грунта с тем же процентным содержанием различных фракций. Расчет содержания частиц в модели представлен в разделе 4.2.2. Общий вид модели представлен на рисунке 5.9.

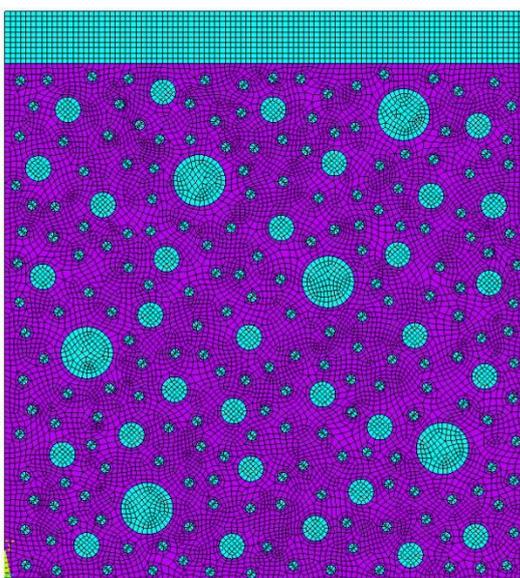


Рис. 5.9. Общий вид модели неоднородного грунта

Проведение виртуальных компрессионных испытаний и испытаний многоплоскостного среза позволило получить эквивалентные характеристики неоднородного грунта, после чего было проведено сравнение полученных значений модуля общих деформаций  $E$ , сцепления  $c$  и угла внутреннего трения  $\varphi$  с результатами лабораторных испытаний. Расхождение с экспериментальными данными составило в различных диапазонах от 21 до 9%. Результаты представлены в таблице 2.

Таблица 2. Параметры прочности и деформируемости грунтов ядра плотины Рогунской ГЭС

	Сцепление $c$ , кПа	Угол трения $\varphi$ , °	Модуль деформации $E$ , МПа
Лабораторные испытания смеси	149	28	28-83
Лабораторные испытания вмещающего грунта	107	22	11,8-29
Виртуальный эксперимент (ПК ANSYS)	121	26	22-76

### **5.3. Применение метода для проектирования искусственных оснований**

Результаты проведенных исследований могут быть применены при проектировании искусственных оснований. В настоящее время при использовании грунта в качестве материала для песчаных подушек, насыпей и обратных засыпок рекомендуется выбирать песок по модулю крупности. Однако данный параметр не позволяет определить механические характеристики грунта искусственного основания, а отражает лишь технологические требования.

На основании представленных исследований могут быть подготовлены рекомендации по подбору оптимального гранулометрического состава искусственного основания или грунтового сооружения, которые позволят получить экономический эффект путем улучшения механических свойств неоднородного грунта при сохранении его стоимости, либо путем снижения стоимости исходной смеси при сохранении механических характеристик.

В общем виде рекомендации по подбору оптимального гранулометрического состава могут быть сформулированы следующим образом:

- для получения максимального модуля деформации рекомендуется в вмещающий грунт добавлять около 30% по массе включений с соотношением диаметров включений к диаметру наиболее представительной фракции вмещающего грунта 30:1;

- для получения максимального угла внутреннего трения рекомендуется во вмещающий грунт добавлять около 45% по массе включений с максимально возможным соотношением диаметров к диаметру наиболее представительной фракции;

- содержание в песчаном грунте не более 26% по массе пылевато-глинистых частиц не приведет к ухудшению его свойств, однако повысит прочностные характеристики;

- следует избегать применения грунтов, в которых содержание пылевато-глинистых частиц составляет от 27 до 40%, так как в этом диапазоне свойства грунта труднопрогнозируемы, а смесь нестабильна.

В качестве примера может быть рассмотрен оптимальный состав песчано-гравийной смеси для устройства песчаной подушки.

В соответствии с ГОСТ 25607-2009 для применения в качестве оснований рекомендуются щебенисто-песчаные смеси (ЩПС) от С3 до С8, различающиеся по максимальной крупности.

Минимальная стоимость одной тонны песчано-щебенистой смеси С5 (содержание частиц крупнее 2мм около 75%, наибольший размер частиц -40мм) на момент написания данной работы составляла 885р/т. При этом в соответствии с результатами проведенных исследований введение в смесь заполнителя в объеме более 30% не приводит к существенному увеличению прочностных характеристик.

Следовательно, данная смесь может быть заменена другой смесью, в которой частиц размером от 2 до 40мм содержится не более 30%, а вмещающим грунтом является песок с отношением диаметров к заполнителю 1/30, то есть для 40мм средний диаметр мелких частиц составляет 1,3мм. Этому среднему диаметру удовлетворяет крупный песок с диаметром частиц от 0,5 до 2мм.

Таким образом, для получения одной тонны смеси необходимо 300кг щебня с модулем крупности от 20 до 40мм стоимостью 986р/т и 700кг крупнозернистого песка стоимостью 665р/т . Стоимость полученной смеси составляет:

$$0,3*986 + 0,7*665 = 761,3\text{р/т}$$

Из сравнения полученной стоимости видно, что применение смесей, подобранных в соответствии с рекомендациями, позволяет получить экономию на материале для земляных работ вплоть до 15%.

#### **5.4. Выводы по главе**

1. Предлагаемый метод определения эквивалентных характеристик неоднородного грунта был использован в геотехнических расчетах объектов строительства в г.Чехове, а так же на строительстве Рогунской ГЭС в республике Таджикистан, что подтвердило его практическую применимость.
2. В результате оценки эквивалентных характеристик неоднородного грунта основания в г.Чехове удалось отказаться от дорогостоящего свайного фундамента без опасности потери устойчивости основания.
3. Оценка эквивалентных характеристик неоднородного грунта тела плотины Рогунской ГЭС показала хорошую сходимость с результатами лабораторных испытаний образцов грунта, выполненных автором, при этом исключается необходимость проведения испытаний в нестандартных приборах большого размера.
4. Подбор оптимальной смеси для искусственных оснований и грунтовых сооружений по рекомендациям автора позволяет получить экономию на материале для земляных работ вплоть до 15%.

## ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ ПО ДИССЕРТАЦИИ

На основании выполненных исследований можно сделать следующие основные выводы по диссертации:

1. Механические свойства оснований, сложенных грунтами с неоднородным гранулометрическим составом и строением существенно зависят в первую очередь от процентного содержания элементов неоднородного грунта (включений, пустот, прочих дефектов и заполнителя), соотношения их жесткостей и условий контакта между ними.

2. Анализ гранулометрического состава неоднородного грунта позволяет дать количественную оценку его механических свойств, в том числе определить эквивалентные параметры деформируемости и прочности, что подтверждено экспериментальными данными.

3. Взаимное расположение частиц разного размера в неоднородном грунте определяет напряженное состояние грунта, в том числе концентрацию и деконцентрацию напряжений.

4. Сопротивление сдвигу неоднородного грунта на разных уровнях приближения к предельному состоянию  $\tau \rightarrow \tau^*$  обуславливается различной степенью реализации видов трения (скольжения и качения). С приближением к предельному состоянию все больше реализуется трение качения, что и объясняет проявление пиковой и остаточной прочности.

5. В ходе компрессионных испытаний определено, что подбор соотношения диаметров и процентного содержания включений позволяет увеличить модуль деформации смеси на 15%, что может применяться при проектировании искусственных оснований.

6. В ходе трехосных испытаний определено, что содержание около 40% включений с соотношением диаметров 1/50 позволяет увеличить угол трения на 5%, что объясняется препятствием образованию поверхностей скольжения.

7. На основании экспериментальных данных предложена классификация грунтов по степени неоднородности, основанная на содержании пылеватых и глинистых частиц ( $<0,1\text{мм}$ ) мелких частиц ( $0,1-2\text{мм}$ ) и крупных частиц ( $>2\text{мм}$ ).

8. Разработан метод определения эквивалентных характеристик неоднородных грунтов путем виртуального эксперимента на основании данных о гранулометрическом составе и механических характеристик грунта-заполнителя ( $<2\text{мм}$ ).

9. Приведен пример определения эквивалентных характеристик в расчете НДС основания объекта в г. Чехов. Показано, что учет неоднородности позволил уточнить параметры прочности грунта и отказаться от применения свайного фундамента.

10. Приведен пример определения эквивалентных характеристик неоднородного грунта - материала ядра плотины Рогунской ГЭС с применением виртуальных испытаний, проведено их сравнение с результатами лабораторных испытаний образцов диаметром  $100\text{мм}$  и высотой  $200\text{мм}$ .

11. Проведен технико-экономический анализ расчета состава щебенисто-песчаной смеси для искусственного основания в соответствии с рекомендациями, получен экономический эффект  $15\%$ .

12. Разработанный метод определения эквивалентных характеристик может быть рекомендован как первое приближение в случае невозможности их прямого определения по результатам экспериментальных исследований.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Адлер Ю.П. Введение в планирование эксперимента. М.:Металлургия, 1969.
- Амелина Е.А., Щукин Е.Д. Изучение некоторых закономерностей формирования контактов в пористых дисперсных структурах// Коллоидн. журн. 1970. Т.32, №6. С. 795-800.
- Басов К.А. ANSYS – справочник пользователя. Железнодорожный: ДМК-Пресс, 2005, 639с.
- Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. М.: Высшая школа. 1961. 537с.
- Болдырев Г.Г. Методы определения механических свойств грунтов. Пенза: ПГУАС, 2008.
- Вялов С. С. Реологические основы механики грунтов. М.: Высшая школа, 1978.
- Гольдин А.Л., Рассказов Л.Н. Проектирование грунтовых плотин. М.: АСВ, 2001, 276с.
- Гольдштейн М.Н., Механические свойства грунтов. М.: Стройиздат, 1971. 367с.
- ГОСТ 12248-2010 Грунты. Методы лабораторного определения характеристик прочности и деформируемости. М.: Стандартиформ. 2011.
- ГОСТ 20522-96 Грунты. Методы статической обработки результатов испытаний. М.: Минстрой России, ГУП ЦПП, 1996 г.
- ГОСТ 25100-2011 Грунты. Классификация. М.: Стандартиформ, 2013.
- ГОСТ 5180-84 Грунты. Методы лабораторного определения физических характеристик. М.: Стандартиформ, 2008.
- Денисов Н.Я. Инженерная геология. М.: Госстройиздат, 1960.
- Друккер Д., Прагер Б. Механика грунтов и пластический анализ или предельное проектирование // Определяющие законы механики грунтов/ Под ред. Николаевского. М., 1975. с. 166-167.
- Заднепровский Р.П. Теория трения скольжения. Волгоград: Офсет, 2005, 52с.

- Зиангиров Р.С., Трофимов Б.Т. Общая классификация грунтов для целей строительства // Инж. геология, № 2, 1980, с. 18-30.
- Кандауров И.И. Механика зернистых сред и ее применение в строительстве. М.: Стройиздат, 1966. 200с.
- Кириллов Л.П., Чумичев Б.Д. и др. Рекомендации по определению деформационных характеристик крупнообломочных материалов плотин испытаниями на приборе ПТС-300. П-742-1981 М.: Гидропроект, 1981, 25с.
- Колосов Г.В. Применение комплексных диаграмм и теории функций комплексной переменной к теории упругости. М.:ОНТИ, 1935. 224с.
- Космодамианский А.С. Плоская задача теории упругости для пластин с отверстиями, вырезами и уступами. Киев: Вища школа, 1975. 227с.
- Кристенсен Р. Введение в механику композитов. М.: Мир, 1982. 334с.
- Куприна Г.А. Кольматация песков. М.: МГУ 1968.
- Мирный А.Ю., Зависимость механического движения частиц грунта от шероховатости поверхности / Международная межвузовская научно-практическая конференция «Строительство - формирование среды жизнедеятельности». М.: АСВ, 2011.С.610-614.
- Мирный А.Ю., Механическое движение частиц при сдвиге / Строительство-формирование среды жизнедеятельности: научные труды конференции молодых ученых, докторантов и аспирантов. М.: АСВ, 2011. С.614-617.
- Мирный А.Ю. Экспериментально-теоретические исследования механических свойств песчаных грунтов неоднородного состава // Материалы геотехнический семинара, М.: МГСУ, 2012. С.14-19.
- Осадчий Л.Г., Бахтияров Р.И. Рогунский гидроузел на реке Вахш// Гидротехническое строительство. 1975. №4. С. 10-13.
- Осипов В.И., Соколов В.Н. Глины и их свойства. Состав, строение и формирование свойств. М.: ГЕОС. 2013. 576с.
- Осипов В.И., Соколов В.Н., Румянцева Н.А. Микроструктура глинистых пород. М.: Недра, 1989. 211с.

- Осипов В.И. Природа прочностных и деформационных свойств глинистых пород. М.:МГУ, 1979. 232с.
- Осипов В.И. Физико-химическая теория эффективных напряжений в грунтах. М.:Сам полиграфист, 2012.
- Орехов Г.В. Методические указания по работе с вычислительным комплексом ANSYS. М.: Типография МГСУ, 2009.
- Охотин В.В. Физические и механические свойства грунтов в зависимости от минералогического состава и степени дисперсности. М.: Гушосдор, 1937.
- Потапов А.Д., Платов Н.А., Лебедева М.Д. Песчаные грунты. М., АСВ, 2009. 256с.
- Ребиндер П.А., Щукин Е.Д., Марголис Л.Я. О механической прочности пористых дисперсных тел// Докл. АН СССР. 1964. Т. 154. №3. С. 695-698.
- Соколов В.Н. Модели микроструктур глинистых грунтов// Инженерная геология. 1991.№6. С. 32-40.
- СП 22.13330.2011 Основания зданий и сооружений. Актуализированная редакция СНиП 2.02.01-83\*. М.: Минрегионразвития РФ, 2011.
- Тер-Мартirosян З.Г., Тер-Мартirosян А.З., Мирный А.Ю. Научно-технический отчет «Исследование физико-механических характеристик материала ядра тела плотины Рогунской ГЭС». М.: МГСУ, 2013. 29с.
- Тер-Мартirosян З.Г. Механика грунтов. М.: АСВ, 2009. 551с.
- Тер-Мартirosян З.Г., Мирный А.Ю., Соболев Е.С. О трении качения в грунтах. Ж. Вестник МГСУ №5, 2011г. Москва.
- Тер-Мартirosян З.Г., Мирный А.Ю. Механические свойства неоднородных грунтов // Международная межвузовская научно-практическая конференция «Строительство - формирование среды жизнедеятельности». М.: АСВ, 2010. С. 790-794.
- Тер-Мартirosян З.Г., Мирный А.Ю., Распределение напряжений и деформаций в неоднородном грунте с учетом формы, размеров и жесткости включений //

XIX Русско-Словацко-Польский геотехнический семинар. Жилина, 2010. С. 346-352.

Тер-Мартиросян З.Г., Эквивалентные характеристики деформируемости и прочности многокомпонентного грунта// Материалы Международного Сопещения заведущих кафедрами МГр., Инж. геологии, ОиФ и Подземного стр-ва строительных вузов и факультетов, М., МГСУ, 2003, с.15-25.

Терцаги К. Теория механики грунтов. М.: Госстройиздат, 1961.

Тимошенко С. П. и Гудьер Дж. Теория упругости. М.:Наука,1975. 87с.

Ухов С.Б. и др. Механика грунтов, основания и фундаменты. М.: АСВ, 2005.

Ухов С.Б., Конвиз А.В., Семенов В.В. Механические свойства крупнообломочных песков с заполнителем // Основания, фундаменты и механика грунтов, №1, 1993 – С.2-7.

Фадеев П.И. Пески СССР, ч.1. М.:МГУ, 1951.

Фадеев П.И. Структурно-текстурные особенности песчаных грунтов. М.:МГУ, 1968.

Цытович Н.А. Механика грунтов. М.: Высшая школа, 1983. 288с.

Чаповский Е.Г. Лабораторные работы по грунтоведению и механике грунтов. М.: Недра, 1975.

Шванов В.Н. Песчаные породы и методы их изучения. М.: Недра, 1969.

Щукин Е.Д. О некоторых задачах физико-химической теории прочности тонкодисперсных пористых тел – катализаторов и сорбентов// Кинетика и катализ. 1965. Т.6, №4. С. 641-650.

### **Иностранная литература**

ANSYS. User Guide. Canonsburg. 2005.

ANSYS Mechanical APDL and Mechanical Applications Theory Reference. Canonsburg. 2010.

Bolton M.D. The strength and dilatancy of sands // Geotechnique 36, №1, 1986. P. 65-78.

Contact technology guide, ANSYS inc, Canonsburg, 2009.

- Drucker D.C., Prager W. Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design. // Quart. Appl. Math., 10, 1952. P.157- 165.
- Kirsch E.G. Die Theorie der Elastizität und die Bedürfnisse der Festigkeitslehre // Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, 42, 1898, p.797–807.
- McDowell G.R., Bolton M.D. Micromechanics of elastic soil. Soils and Foundations Vol. 41, No. 46. Japanese Geotechnical Society, 2001.
- Russel R.D., Taylor R.E. Roundness and shape of Missisipi river sands. Journ. geol. V.45. №3. 1937.
- Santamarina J.C. - Soil Behaviour at the Microscale: Particle Forces. Atlanta GA: MIT, 2001.
- Skempton A.W. Significance of Terzaghi's concept of effective stress// L. Bjerrum, Casagrate A., Peck R., Skempton A.W.(Eds.) From Theory to Practice in Soil Mechanics. New York: Wiley, 1960. P. 43-53.
- Terzaghi K. Erdbaumechanik auf Bodenphysikalischer Grundlage. Deuticke, Vienna, 1925.